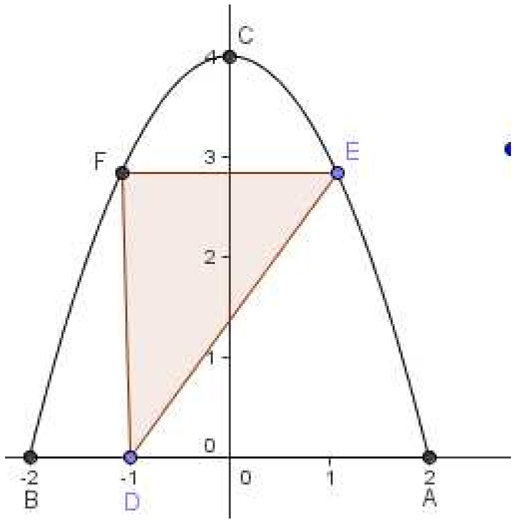
# Triangle d'aire maximale

## *Enoncé*

Voir la figure.




Dans le repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$, $\mathscr{P}$ est l'arc de parabole d'équation $y = 4 - x^2$ défini sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$. $\mathscr{P}$ coupe $(O\ ;\ \vec{i})$ en $A$ et $B$ et $(O\ ;\ \vec{j})$ en $C$. On appelle $\boldsymbol{S}$ la surface limitée par $(O\ ;\ \vec{i})$ et $\mathscr{P}$. On inscrit dans $\boldsymbol{S}$ le triangle $DEF$ tel que $D \in [AB]$ et $(EF) // (AB)$.
Le but de l'exercice est de déterminer la valeur exacte de l'aire maximale de $DEF$ et de rechercher la ou les configurations rendant cette aire maximale.

1. **Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique**

   a. Construire la figure conforme aux hypothèses précédentes, où $D$ est un point libre du segment $[AB]$ et $E$ un point libre sur $\mathscr{P}$.

   Appeler l'examinateur pour vérification

   b. $E$ restant fixe, comment varie l'aire du triangle $DEF$ lorsque $D$ décrit le segment $[AB]$ ?
   c. On note $h$ l'ordonnée de $E$ et $\mathcal{A}(h)$ l'aire de $DEF$. Dans quel intervalle le réel $h$ peut-il prendre ses valeurs ?
   d. Sans établir l'équation de la courbe, représenter graphiquement, dans la même fenêtre que la figure précédente, les variations de $\mathcal{A}$ en fonction de $h$.
   e. Conjecturer la valeur de $h$ qui rend maximale l'aire du triangle $DEF$, ainsi que la valeur de cette aire (donner un encadrement d'amplitude $10^{-2}$ pour chacune de ces valeurs).

   Appeler l'examinateur pour vérification

2. **Démonstration**

   Déterminer par le calcul :

   a. l'expression de $\mathcal{A}$ en fonction de $h$ ;
   b. le tableau de variation de $\mathcal{A}$ ;
   c la valeur de $h$ qui rend $\mathcal{A}$ maximale ;
   d la valeur maximale de $\mathcal{A}(h)$.

## *Production attendue*

- Réponses écrites aux questions 1.b, 1.c, 1.e, 2.a, 2.b, 2.c, 2.d.
- Obtention à l'écran des figures demandées en 1.a et 1.d.