

I / Introduction :

Il s'agit ici de décrire le travail effectué avec deux classes de quatrième sur le thème des crédits (calcul du coût, des mensualités en fonction de différents paramètres, du taux maximum d'endettement...).

Ce travail a commencé par la visite d'une agence bancaire dans le cadre de la semaine « école entreprise » organisée en octobre 2008.

II/ Les activités :

a) Exercices d'introduction : étude de quelques publicités.

Chaque élève a eu à amener des publicités découpées dans différents journaux puis par groupe de deux et avec l'aide d'un dictionnaire, ils ont cherché tous les mots qui étaient nouveaux pour eux (mensualité, capital emprunté, taux de l'emprunt, nombre de mensualités...).

Un débat s'est ensuite installé dans la classe sur l'utilisation d'un crédit (en fonction de ce qu'ils avaient appris lors de leur visite à la banque).

Ensuite, j'ai expliqué brièvement les paramètres de la formule permettant de connaître la mensualité à payer. Les élèves ont par groupe de deux travailler l'activité suivante :

b) Utilisation du tableur et de la calculatrice.

Lorsque l'on emprunte de l'argent, la banque utilise une formule pour connaître la somme d'argent à rembourser en fonction de la durée de l'emprunt et de son taux. Cette formule complexe est la suivante :

$$m = \frac{K \times \frac{t}{12}}{1 - \left(1 + \frac{t}{12}\right)^{-N}}$$

où m = mensualité en €

K = capital emprunté en €

t = taux de l'emprunt (par pour un taux de 3%, on écrit 0,03)

N = nombre de mensualités.

Première partie :

Monsieur Jaimeleuro souhaite acheter un téléviseur plasma à crédit. Il n'a pas l'argent donc il emprunte la totalité de la somme c'est à dire 2000 €.

1) Il se rend dans une banque qui lui propose trois formules possibles :

Formule A : taux de 15 % sur 3 ans.

Formule B : taux de 17% sur 4 ans.

Formule C : taux de 19% sur 5 ans.

Utilisez votre calculatrice pour calculer à l'aide de la formule ci dessus, la mensualité à payer.

(on donnera les résultats au centième d'euro).

Formule A : $m =$

Formule B : $m =$

Formule C : $m =$

Quelle formule donne la mensualité la moins élevée ? _____

2) a) De retour chez lui, Monsieur Jaimeleuro calcule que pour la formule A la somme totale à rembourser sera de 2496 €. Ecrire le calcul qui permet d'obtenir ce résultat. Ce crédit est-il gratuit ? Justifier votre réponse.

Réponse : Non, ce crédit n'est pas gratuit car il a plus d'argent à rembourser. Si le crédit était gratuit il aurait remboursé tout juste 2000 €

Ou autre « méthode » :

$12 \times 3 \times 69,33 = 2495,88$. Le crédit n'est pas gratuit : $2496 - 2495,88 = 0,12$. Il devra payer 0,12 euros en plus pour rembourser la totalité.

b) Faire de même avec les deux autres formules. Que constatez-vous ?

2774,88 3333 €

On constate que plus le taux est élevé, plus on paye cher.

$$B = 57,81 \times 48$$

$$B = 2774 \text{ €}$$

$$C = 55,55 \times 60$$

$$C = 3333 \text{ €}$$

c) Monsieur Jaimeleuro ne peut pas rembourser plus de 60 € par mois. Quelle formule doit-il choisir ? Justifier votre réponse.

Il doit choisir la formule B ou C car il ne remboursera pas plus de 60 € par mois.

Il doit choisir la formule B car il doit rembourser 57,77 € et à la fin ça revient moins cher que la formule C.

Deuxième partie :

Monsieur Jaimelessous souhaite acheter un appartement à crédit.

Philippe Arzoumanian / Journée des maths 2009-2010 / Atelier A1

La banque lui propose un taux de $t = 4,2\%$.

Le prix de l'appartement est de 185 000 euros. Il emprunte la totalité de la somme.

En utilisant un tableur, calculer maintenant les mensualités m dans les cas suivants :

$N = 120$ mois ; $N = 144$ mois ; $N = 180$ mois ; $N = 240$ mois et $N = 360$ mois

Recopier les résultats dans le tableau ci-dessous :

Nombre de mois	120	144	180	240	360
Mensualités en euro					
Remboursement final					
Coût total du crédit					

Nombre de mois	120	144	180	240	360
Mensualités en euro	1830,67	1637,75	1381,53	1140,66	904,68
Remboursement final	41880,38	50836,41	65057,78	88757,47	140685,44
Coût total du crédit	226880,38	235836,41	25057,78	273757,41	325685,44

En utilisant le tableau précédent ainsi que les remarques de la partie 1, répondre aux questions suivantes en justifiant :

La durée du prêt est-elle importante ?

De quoi dépend le coût total du crédit ?

La durée du prêt est importante, car plus elle est longue, plus les intérêts sont importants.
Le coût total dépend de la somme de départ, de la durée et du taux.

Elle est importante, car plus la durée est longue plus c'est cher, du moins le prix coûtera 5000€ avec le prêt il coûtera 5500 (c'est un exemple).

Le coût total du crédit dépend du taux et la durée.

1) La durée du prêt est importante, car plus l'attente plus ça coûtera chère mais plus tu attends au niveau des années la somme à payer chaque mois est moins chère.

2) Le coût total du crédit dépend du prêt et des années ainsi de ce qu'on peut payer.

Où, la durée du prêt est importante, car plus le remboursement est long, plus le Remboursement final et le coût total du crédit est élevé.

-120 mois $\rightarrow 226880,39 = 41880,39 / 360 \text{ mois} \rightarrow 325685,43 = 110685,43$

3) Le coût total du crédit dépend du remboursement final car plus le remboursement est élevé plus le coût total du crédit est élevé.

ex: -120 mois = 226880,39 € $\rightarrow 41880,39$

240 mois = 273757,40 € $\rightarrow 88757,40$ €

c) Compléments : travail sur les intérêts composés.

Après avoir longuement étudié le coût d'un crédit en fonction du taux d'emprunt, j'ai proposé aux élèves d'étudier les taux d'intérêt de différents placements.

1. Un placement pour une année :

Le 31 décembre, un collégien dépose ses économies sur un livret d'épargne. Il les laisse une année entière. Le taux d'intérêt est de 5%. Cela signifie que l'intérêt annuel qu'il recevra est proportionnel au capital placé et que pour 100 euros placés, il recevra un intérêt de 5 euros.

a. Compléter le tableau :

capital en début d'année	100	500	1100	2000	2500
intérêt annuel	5				
total en fin d'année	105				

b. Le capital total en fin d'année (capital + intérêt) est proportionnel au capital en début d'année ; quel est le coefficient de proportionnalité : _____.

c. Avec un taux de 6%, compléter le tableau suivant : (expliquer en précisant le coefficient)

capital initial	500	1100	2000	2500
-----------------	-----	------	------	------

capital en fin d'année				
------------------------	--	--	--	--

2. Un placement de longue durée :

a. Pour un placement de plusieurs années, l'intérêt est ajouté au capital à la fin de chaque année ; c'est cette somme (**nouveau capital**) qui est prise en compte pour le calcul de l'intérêt de l'année suivante (**intérêt composé**).

Pour un capital initial de 400 euros et un taux de 5%, compléter le tableau :

durée (année entière)	1	2	3	4	5	6
capital en début d'année						
capital en fin d'année						

b. Le placement est au taux de 5%, le capital initial est noté C. En fin de première année, le capital C_1 sera tel que $C_1 = C \times 1,05$.

En fin de deuxième année, le capital sera C_2 tel que

$$C_2 = C_1 \times 1,05 = C \times 1,05 \times 1,05 = C \times 1,05^2 .$$

Au bout de x années, le capital sera C_x tel que $C_x = C \times 1,05^x$.

En utilisant la touche « puissance » de votre calculatrice, déterminer ce que devient un capital de 400 euros placé à 5% pendant :

5 ans : _____ 10 ans : _____
 15 ans : _____ .

c. Un collégien qui dispose de 400 euros veut acheter un article à 460 euros. Comme il n'a pas assez d'argent, il place son capital dans une banque un 31 décembre et autant d'années qu'il faudra.

Dans combien de temps pourra t-il acheter cet article dans chacune des deux hypothèses suivantes :

- H_1 : le prix est constant (460 euros).
- H_2 : le prix augmente de 100 euros à chaque fin d'année.
- H_1 : _____.
- H_2 : _____.

d) Des exercices sur les crédits et les taux :

Question 1 : Pour acheter un scooter à 2100 €, Tom verse 800 € lors de l'achat puis souhaite payer le reste en 10 mensualités identiques. Quel le montant d'une mensualité ?

Question 2 : Les parents de Lisa ont ouvert pour elle un livret qui rapporte 3.5 % par an.

Quel est l'intérêt versé à Lisa si elle place 150 € pendant 1 an ?

Question 3 : Si Elsa paye 50 € par mois pendant 4 ans, combien lui coutera son scooter ?

Le prix du scooter est en fait de 2100 €, quel est le cout de l'achat à crédit ?

Question 4 :

La formule donnant le nouveau capital d'une somme S placé à 4 % pendant n ans est :

$$S \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)^n$$

Quel est le capital obtenu si Tom place 1000 € pendant 5 ans au taux de 4% ?

Quel est le capital obtenu si Tom place 1000 € pendant 8 ans au taux de 4% ?