Correction opérations sur tableaux et matrices de Leslie

Partie 1 :

1)

$$\begin{pmatrix}3 & -5\\ 4 & 1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2\\ 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\ 11\end{pmatrix}$$

2) On a x=7 et y= – 10 en résolvant le système associé à :

$$\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4x+3y\\ 3x+2y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\ 1\end{pmatrix}$$

Partie 2 :

I. En 2011 :

1) a) (200 ÷ 2) × 2 = 200 car seules les femelles enfantent.
200 × 0,2 = 40, seules 40 feront leur retour.
b) (800 ÷ 2) × 4 = 1600 car seules les femelles enfantent.
1600 × 0,2 = 320, seules 320 feront leur retour.
c) Il y a 360 jeunes hirondelles en 2011.

2) a) 200 × 0,8 = 160.
b) 800 × 0,6 = 480.
c) Il y aura 640 hirondelles de 2 ans et plus.

II. En 2012 :

(360 ÷ 2) × 2 × 0,2 + (640 ÷ 2) × 4 × 0,2 = 72 + 256 = 328.
Il y a 328 jeunes hirondelles en 2012.
360 × 0,8 + 640 × 0,6 = 672.
Il y a 672 hirondelles de 2 ans et plus en 2012.

Partie 3 :

1) J_{n+1} = (J_n ÷ 2) × 2 × 0,2 + (A_n ÷ 2) × 4 × 0,2 = 0,2 × J_n + 0,4 A_n.
2) A_{n+1} = J_n × 0,8 + A_n × 0,6 = 0,8 × J_n + 0,6 A_n.
3)

$$\begin{pmatrix}J_{n+1}\\ A_{n+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0,2 & 0,4\\ 0,8 & 0,6\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}J_n\\ A_n\end{pmatrix}$$

4)

$$\begin{pmatrix}J_{n+2}\\ A_{n+2}\end{pmatrix}=M_1\times\begin{pmatrix}J_{n+1}\\ A_{n+1}\end{pmatrix}=M_1\times\left(M_1\times\begin{pmatrix}J_n\\ A_n\end{pmatrix}\right)$$

5)

$$M_2=M_1*M_1=\begin{pmatrix}0,36 & 0,32\\ 0,64 & 0,68\end{pmatrix}$$

6)

$$M_3=M_2*M_1=\begin{pmatrix}0,328 & 0,336\\ 0,672 & 0,664\end{pmatrix}$$

7)

$$M_1 \times \begin{pmatrix} J_0 \\ A_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 360 \\ 640 \end{pmatrix}$$

$$M_2 \times \begin{pmatrix} J_0 \\ A_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 328 \\ 372 \end{pmatrix} \qquad M_3 \times \begin{pmatrix} J_0 \\ A_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 334{,}4 \\ 665{,}6 \end{pmatrix}$$

Ces résultats représentent le nombre de jeunes hirondelles et d'hirondelles de 2 ans et plus, respectivement en 2011, 2012 et 2013.

8) En 2018, il y a 333,332992 jeunes hirondelles (précisément) et 666,667008 hirondelles de 2 ans et plus. En effet,

$$M_1^8 \times \begin{pmatrix} J_0 \\ A_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 333{,}332992 \\ 666{,}667008 \end{pmatrix}$$

Avec :

$$M_1^8 = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (-0{,}2)^8 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

On peut vérifier :

$$M_1^\infty = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} J_\infty \\ A_\infty \end{pmatrix} = M_1^\infty \times \begin{pmatrix} J_0 \\ A_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 200 \\ 800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1000}{3} \\ \frac{2000}{3} \end{pmatrix}$$