

Séquence : Calcul littéral (4^e)

Les élèves ont déjà vu, en classe 5^e, dans le cadre du test d'égalité :

- La substitution
- $5 \times x = 5x$
- $x \times x = x^2$ et $x \times x \times x = x^3$

Toutes les activités décrites sont proposées à des élèves disposés en îlots dans la classe. Le travail se fait de manière collaborative.

1^{ère} notion abordée : Distributivité simple

Etape concrète :

Chaque élève a à sa disposition un sachet « ce que j'ai ... fois », 20 jetons ronds et 20 jetons rectangulaires.

1^{ère} situation : L'élève est invité à mettre dans le sac « ce que j'ai » 3 jetons ronds et 1 jeton rectangulaire et à indiquer « 5 fois » sur le sachet à l'aide de son stylo pour ardoise.

On lui demande de déterminer les jetons obtenus.

2^{ème} situation : L'élève est invité à mettre dans le sac « ce que j'ai » 5 jetons ronds et 7 jetons rectangulaires et à indiquer « 2 fois » sur le sachet à l'aide de son stylo pour ardoise.

On lui demande de déterminer les jetons obtenus.

Etape imagée :

A la suite de ces deux situations, l'élève doit « modéliser » ces situations en écrivant mathématiquement ce qui est fait :

- 1^{ère} situation : $5 \times (3 \text{ ronds} + 1 \text{ rectangle}) = 15 \text{ ronds} + 5 \text{ rectangles}$
- 2^{ème} situation : $2 \times (5 \text{ ronds} + 7 \text{ rectangles}) = 10 \text{ ronds} + 14 \text{ rectangles}$

L'objectif de cette étape est de bien modéliser le sac par des parenthèses.

Ensuite, l'élève est invité à compléter les égalités suivantes :

- $4 \times (3 \text{ ronds} + 2 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
- $2 \times (30 \text{ ronds} + 25 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots \rightarrow$ ce cas ne peut pas être testé concrètement.
- $(10 \text{ ronds} + 4 \text{ rectangles}) \times 5 = \dots\dots\dots \rightarrow$ Difficulté : le signe \times est « derrière »
- $2 \times (1,5 \text{ rond} + 6 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
 \rightarrow nombre de ronds non entier : un pas vers l'abstraction.
- $10 \times (2,4 \text{ ronds} + 1,8 \text{ rectangle}) = \dots\dots\dots$

Suite à cette étape, une synthèse sera écrite :

Quand on multiplie (10 ronds et 4 rectangles) par 5, on doit multiplier 10 ronds par 5 et on multiplie aussi 4 rectangles par 5.

$$(10 \text{ ronds} + 4 \text{ rectangles}) \times 5 = 10 \text{ ronds} \times 5 + 4 \text{ rectangles} \times 5$$

$$= 50 \text{ ronds} + 20 \text{ rectangles}$$

Etape abstraite :

On propose aux élèves de remplacer les jetons ronds par des « x » et les jetons rectangles par des « 1 ».

Ainsi $7 \text{ ronds} + 5 \text{ rectangles} = 7x + 5$.

L'élève est alors invité à compléter les égalités suivantes (on n'exige pas d'étapes de calcul) :

- $2 \times (3x + 5) = \dots\dots\dots$
- $(5x + 3) \times 4 = \dots\dots\dots$
- $5 \times (2x - 6) = \dots\dots\dots$

→ Difficulté car un « $-$ » dans la première parenthèse

→ Sur ce cas, un débat aura alors lieu pour arriver à la conclusion que « Multiplier -6 par 5 donne -30 ». Ce point sera justifié par la règle des signes pour la multiplication.

- $(7x - 11) \times 3 = \dots\dots\dots$

A ce stade, une synthèse est écrite, mettant en évidence les étapes de calcul :

$$\begin{aligned} 5 \times (2x - 6) &= 5 \times 2x - 5 \times 6 \\ &= 10x - 30 \end{aligned}$$

Exercices 1,2 et 3 de la feuille « Vrai ou faux et programmes de calcul »

Exercices 1, 2 et 3 de la feuille d'exercices « De la technique ».

Cours : I.

2^{ème} notion abordée : Suppression de parenthèses dans une expression littérale

→ Suppression de parenthèses simple

Etape concrète :

Chaque élève a à sa disposition 2 sachets : un « ce que j'ai » et un « ce que je dois retirer », 20 jetons ronds et 20 jetons rectangulaires.

1^{ère} situation : L'élève est invité à mettre dans le sac « ce que j'ai » 6 jetons ronds et 4 jetons rectangulaires. Dans le sac « ce que je dois retirer », il est invité à mettre 4 jetons ronds et 3 jetons rectangulaires.

On lui demande donc de retirer du sac « ce que j'ai » le contenu du sac « ce que je dois retirer ».

2^{ème} situation : L'élève est invité à mettre dans le sac « ce que j'ai » 8 jetons ronds et 3 jetons rectangulaires. Dans le sac « ce que je dois retirer », il est invité à mettre 3 jetons ronds et 1 jeton rectangulaire.

On lui demande donc de retirer du sac « ce que j'ai » le contenu du sac « ce que je dois retirer ».

Etape imagée :

A la suite de ces deux situations, l'élève doit « modéliser » ces situations en écrivant mathématiquement ce qui est fait :

- 1^{ère} situation : $(6 \text{ ronds} + 4 \text{ rectangles}) - (4 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) = 2 \text{ ronds} + 1 \text{ rectangle}$
- 2^{ème} situation : $(8 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) - (3 \text{ ronds} + 1 \text{ rectangle}) = 5 \text{ ronds} + 2 \text{ rectangles}$

L'objectif de cette étape est de bien modéliser les sacs par des parenthèses.

Ensuite, l'élève est invité à compléter les égalités suivantes :

- $(4 \text{ ronds} + 7 \text{ rectangles}) - (2 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
- $(40 \text{ ronds} + 24 \text{ rectangles}) - (5 \text{ ronds} + 11 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
→ ce cas ne peut pas être testé concrètement.
- $(14 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) + (2 \text{ ronds} + 6 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
- $(5 \text{ ronds} + 8 \text{ rectangles}) - (5 \text{ ronds} + 10 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
→ nombre de rectangles négatif : vers l'abstraction.
- $(13 \text{ ronds} + 27 \text{ rectangles}) + (2 \text{ ronds} + 18 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
- $(10 \text{ ronds} + 18 \text{ rectangles}) - (19 \text{ ronds} + 10 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
- $(3 \text{ ronds} + 7 \text{ rectangles}) - (9 \text{ ronds} + 20 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$

Suite à cette étape, une synthèse sera écrite :

Retirer (2 ronds + 3 rectangles), c'est enlever 2 ronds et enlever 3 rectangles.

$$(4 \text{ ronds} + 7 \text{ rectangles}) - (2 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) = 4 \text{ ronds} + 7 \text{ rectangles} - 2 \text{ ronds} - 3 \text{ rectangles} \\ = 2 \text{ ronds} + 4 \text{ rectangles}$$

Etape abstraite :

On propose aux élèves de remplacer les jetons ronds par des « x » et les jetons rectangles par des « 1 ».

Ainsi $7 \text{ ronds} + 5 \text{ rectangles} = 7x + 5$.

L'élève est alors invité à compléter les égalités suivantes (on n'exige pas d'étapes de calcul) :

- $(5x + 4) + (3x + 1) = \dots\dots\dots$
- $(7x + 8) - (3x + 5) = \dots\dots\dots$
- $(2x - 8) + (9x + 1) = \dots\dots\dots$
→ Difficulté légère car un « - » dans la première parenthèse
- $(5x - 9) - (7x + 3) = \dots\dots\dots$

A ce stade, une synthèse est écrite, mettant en évidence les étapes de calcul :

$$(7x + 8) - (3x + 5) = 7x + 8 - 3x - 5 \qquad (2x - 8) + (9x + 1) = 2x - 8 + 9x + 1 \\ = 4x - 3 \qquad \qquad \qquad = 11x - 7$$

- $(4x - 5) - (3x - 2) = \dots\dots\dots$
→ Difficulté forte car un « - » dans la deuxième parenthèse
- Sur ce cas, un débat aura alors lieu pour arriver à la conclusion que « enlever -2, c'est ajouter 2 ». Ce point sera justifié par la définition de la soustraction par un nombre relatif comme l'opposé de ce nombre.
- $(6x + 3) - (2x - 8) = \dots\dots\dots$

Suite à cet exemple, une synthèse sera écrite, mettant en évidence les étapes de calcul :

$$(4x - 5) - (3x - 2) = 4x - 5 - 3x + 2 \\ = x - 3$$

Exercice 4 de la feuille d'exercices « De la technique ».

Cours : II (début : jusqu'à l'exemple C)

→ Suppression de parenthèses et distributivité

Etape concrète :

Chaque élève a à sa disposition 2 sachets : un « ce que j'ai fois » et un « ce que je dois retirer ... fois », 20 jetons ronds et 20 jetons rectangulaires.

1^{ère} situation : L'élève est invité à mettre dans le sac « ce que j'ai » 3 jetons ronds et 2 jetons rectangulaires et à indiquer « 3 fois » sur le sachet. Dans le sac « ce que je dois retirer », il est invité à mettre 2 jetons ronds et 1 jeton rectangulaire et à indiquer « 2 fois » sur le sachet à l'aide de son stylo pour ardoise.

On lui demande donc de retirer du sac « ce que j'ai » le contenu du sac « ce que je dois retirer » en prenant en compte le « nombre de fois » indiqué.

2^{ème} situation : L'élève est invité à mettre dans le sac « ce que j'ai » 8 jetons ronds et 10 jetons rectangulaires et à indiquer « 1 fois » sur le sachet. Dans le sac « ce que je dois retirer », il est invité à mettre 2 jetons ronds et 3 jetons rectangulaires et à indiquer « 3 fois » sur le sachet à l'aide de son stylo pour ardoise.

On lui demande donc de retirer du sac « ce que j'ai » le contenu du sac « ce que je dois retirer » en prenant en compte le « nombre de fois » indiqué.

Etape imagée :

A la suite de ces deux situations, l'élève doit « modéliser » ces situations en écrivant mathématiquement ce qui est fait :

- 1^{ère} situation : $3 \times (3 \text{ ronds} + 2 \text{ rectangles}) - 2 \times (2 \text{ ronds} + 1 \text{ rectangle}) = 5 \text{ ronds} + 4 \text{ rectangles}$
- 2^{ème} situation : $(8 \text{ ronds} + 10 \text{ rectangles}) - 3 \times (2 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) = 2 \text{ ronds} + 1 \text{ rectangle}$

L'objectif de cette étape est de bien modéliser les sacs par des parenthèses.

Ensuite, l'élève est invité à compléter les égalités suivantes :

- $5 \times (2 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) - 2 \times (4 \text{ ronds} + 6 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$
- $4 \times (8 \text{ ronds} + 7 \text{ rectangles}) + 5 \times (4 \text{ ronds} - 3 \text{ rectangles}) = \dots\dots\dots$

Suite à cette étape, une synthèse sera écrite :

Quand on fait 5 x (2 ronds + 3 rectangles), on obtient le sac (10 rond + 15 rectangles)

$$\begin{aligned} 5 \times (2 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles}) - 2 \times (4 \text{ ronds} + 6 \text{ rectangles}) &= (10 \text{ ronds} + 15 \text{ rectangles}) - (8 \text{ ronds} + 12 \text{ rectangles}) \\ &= 10 \text{ ronds} + 15 \text{ rectangles} - 8 \text{ ronds} - 12 \text{ rectangles} \\ &= 2 \text{ ronds} + 3 \text{ rectangles} \end{aligned}$$

Etape abstraite :

On propose aux élèves de remplacer les jetons ronds par des « x » et les jetons rectangulaires par des « 1 ».

Ainsi $7 \text{ ronds} + 5 \text{ rectangles} = 7x + 5$.

L'élève est alors invité à compléter les égalités suivantes (on n'exige pas d'étapes de calcul) :

- $3(5x + 4) + 2(3x + 1) = \dots\dots\dots$
- $5(7x + 8) - 4(3x + 5) = \dots\dots\dots$
- $3(2x + 8) - 2(x - 4) = \dots\dots\dots$

A ce stade, une synthèse est écrite, mettant en évidence les étapes de calcul :

$$\begin{aligned} 3(2x + 8) - 2(x - 4) &= (6x + 24) - (2x - 8) \\ &= 6x + 24 - 2x + 8 \\ &= 4x + 32 \end{aligned}$$

Exercice 5 de la feuille d'exercices « De la technique ».

Cours : II (fin : exemple D)