Fiche diagnostique à l'entrée de la SPECIALITE Mathématiques de TERMINALE et à l'entrée de l'option Mathématiques COMPLEMENTAIRES

AXE 2 : conditionnement et variables aléatoires

NOM	Prénom	Classe
--	--	---------------

Temps estimé : 1 h

1. **Capitalisation du cours :** ***Compléter les éléments de cours suivants***

a. Pour tous événements A et B d'un même univers Ω tels que $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$,

- la probabilité de B sachant que A est réalisé est le nombre de l'intervalle $[0; 1]$noté $P_A(B)$ et défini

par $P_A(B) = \dots\dots\dots$

- la probabilité de A sachant que B est réalisé est le nombre de l'intervalle $[0; 1]$noté $\dots\dots$

et défini par $\dots\dots \;\; = \dots\dots$

- $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$ et $P(A \cap B) = P_B(A) \times \dots\dots\dots$

- les événements A et $\bar{A}$ forment une $\dots\dots\dots\dots$ de l'univers Ω, d'après le théorème des probabilités totales, $P(B) = P(\dots\dots\dots\dots) + P(\dots\dots\dots\dots)$

b. Pour tous événements A et B d'un même univers Ω, dire que les événements A et B sont indépendants équivaut à écrire $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Pour tous événements A et B d'un même univers Ω tels que $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$,

A et B sont indépendants $\Leftrightarrow P_B(A) = \dots\dots\dots\dots$
$\Leftrightarrow P_A(B) = \dots\dots\dots\dots$

c. Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous ($n \in \mathbb{N}^*$):

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	p_n

- Pour tout entier i tel que $1 \leq i \leq n$, $\dots\dots \leq \boldsymbol{p_i} \leq \dots\dots$

- $\boldsymbol{p_1 + p_2 + \dots + p_n = \dots\dots}$

Cette égalité peut aussi se noter : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

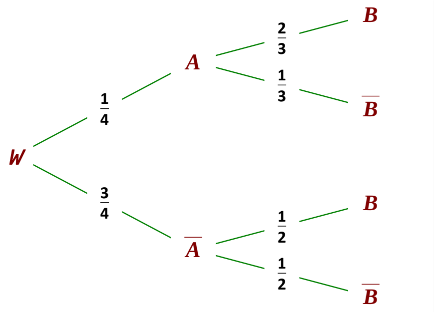
- **l'espérance** de la variable aléatoire X est définie par : $E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$
  On peut aussi écrire :$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i$

- **la variance** de la variable aléatoire X est définie par :
  $V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2$

- **l'écart-type** de la variable aléatoire X est défini par : $\sigma(X) = \dots\dots\dots$

2. : Lecture d'un arbre de probabilités

On considère l'arbre de probabilité pondéré ci-contre :
Donner par lecture les probabilités suivantes :



a. $P_A(B)$ = ……..

b. $P(A \cap B)$=…..

c. $P(B)$=……

d. $P_B(A)$=……….

3. Construction et exploitation d'un arbre pondéré.

Dans un lycée, 60 % des élèves sont des filles. Lors d'une enquête réalisée par l'infirmière du lycée auprès des élèves, on apprend que 10 % des filles sont dépendantes au tabac et 83 % des garçons ne sont pas dépendants au tabac.
On choisit un élève de ce lycée au hasard et on note les événements suivants :
F : « l'élève est une fille » et T : « l'élève est dépendant au tabac ».

a. Représenter la situation par un arbre de probabilité pondéré.

b. Relier par un trait chaque phrase à la probabilité correspondante :

	□ $P_T(F)$
La probabilité que l'élève soit une fille dépendante au tabac. □	□ $P(T)$
	□ $P_T(\overline{F})$
La probabilité que l'élève soit un lycéen dépendant au tabac. □	□ $P(F \cap T)$
	□ $P_F(T)$
La probabilité que l'élève soit un garçon sachant qu'il est dépendant au tabac. □	□ $P(F)$
	□ $P_{\overline{F}}(T)$

4. Identification d'une loi de probabilités

Parmi les tableaux suivants, le(s)quel(s) peuvent représenter la loi de probabilité d'une variable aléatoire X ? Justifiez.

Tableau 1 :

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	0	1,2	0,1	0,7

Tableau 2 :

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	0,32	0,23	0,22	0,23

Tableau 3 :

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	0,3	−0,4	0,8	0,3

Tableau 4 :

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{16}$

5. Mise en situation

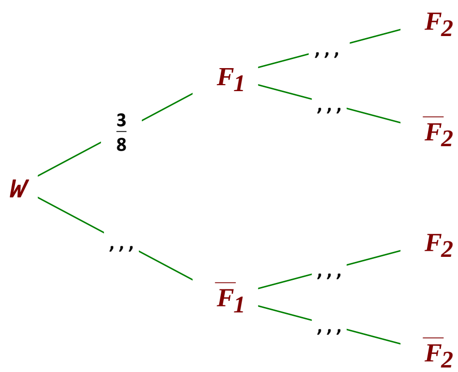
Un jeu de 32 cartes est constitué de 4 familles de couleurs (cœur, carreau, trèfle et pique), chacune constituée de 3 figures (roi, dame, valet), d'un as et de cartes numérotées de 7 à 10.
On définit un jeu dont une partie qui consiste à tirer une première carte, puis à la remettre dans le jeu, puis à tirer une seconde carte. A l'issue des deux tirages successifs, si le joueur obtient deux figures, alors il gagne 48 points ; s'il obtient une figure et une autre carte, alors il gagne 32 points ; dans tous les autres cas, il gagne 16 points.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de points gagnés par le joueur lors d'une partie. On note les événements suivants : F_1 : « tirer une figure au 1er tirage » et F_2 : « tirer une figure au 2ième tirage »

a. Compléter l'arbre de probabilité par les probabilités manquantes.

b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

c. Calculer l'espérance de X et interpréter cette espérance dans le contexte de l'exercice.

d. Calculer la variance de X, puis son écart-type.



6 . Question ouverte

Un jeu donne une répartition des gains selon les probabilités suivantes :

Gain	5	0	-2
Probabilité	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$

Le jeu est-il équitable ?

Fiche diagnostique à l'entrée de la spécialité Mathématiques de TERMINALE et à l'entrée de l'option Mathématiques COMPLEMENTAIRES

1. CAPITALISATION DES COMPETENCES ACQUISES

AXE 1 : conditionnement et variables aléatoires

NOM	Prénom	Classe
---	---	--------------

NOTION	Non maitrisée	Maitrisée	Bien maitrisée
1. Acquisition du cours			
2. Lecture d'un arbre de probabilités			
3. Construction et exploitation d'un arbre pondéré			
4. Identification d'une loi de probabilités			
5. Mise en situation			
6. Question ouverte			

2. REMEDIATION : travail DIFFERENCIE

Je suis affecté(e) au groupe suivant :

Les explorateurs	Les confirmés	Les experts

Modalités de la différenciation :

- Les explorateurs « révisent leur gamme » à l'aide de la feuille de route jointe et font appel à leur enseignant.

- Les confirmés et les experts s'investissent sur leur fiche de route jointe.

Les confirmés font appel aux experts.

Les experts travaillent en totale autonomie.

- Mise à disposition d'un corrigé en fin de séance ou correction collective.

Feuille de route GROUPE des EXPLORATEURS

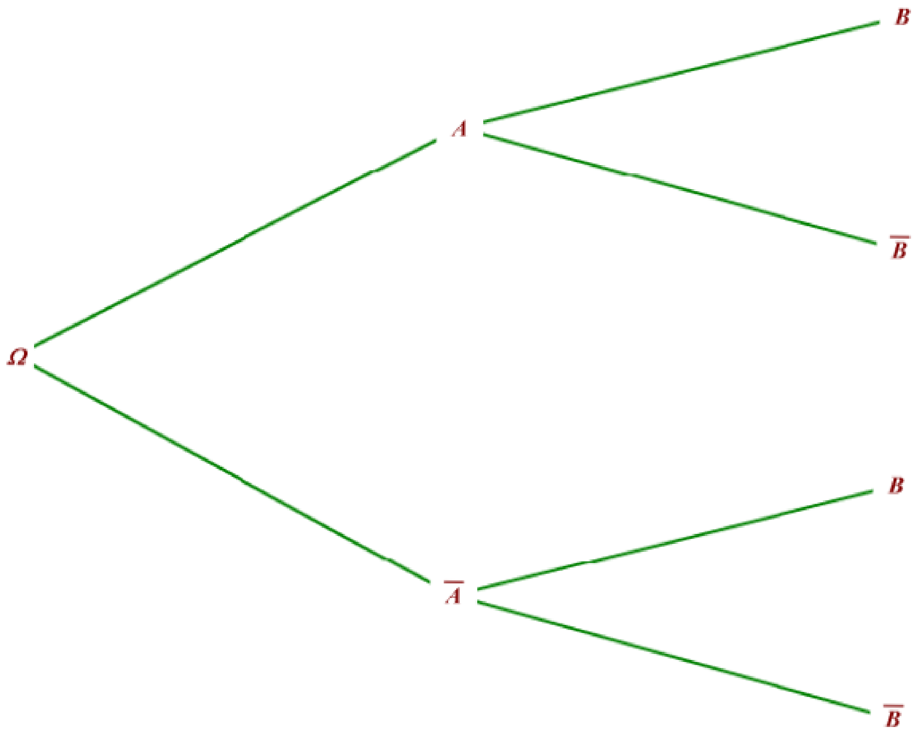
Temps estimé : 1 /2 h

Exercice 1

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.
De combien de façons peut-on obtenir exactement deux « Pile » lors des trois lancers ?

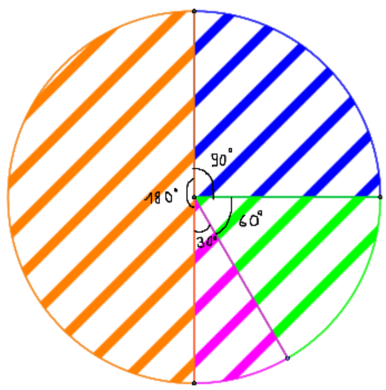
Exercice 2

Recopier et compléter l’arbre de probabilité ci-dessous sachant que :
$P(\bar{A}) = 0{,}6$; $P_A(B) = 0{,}4$ et $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0{,}3$.



Exercice 3

Une roue de fête foraine est divisée en quatre secteurs : orange, bleu, vert et rose. On suppose la roue non truquée On lance la roue de manière aléatoire de façon à ce que la probabilité d’obtenir une couleur soit proportionnelle à l’angle du secteur correspondant.



Pour jouer, il faut miser cinq euros. Le secteur orange ne rapporte rien, le secteur bleu rapporte cinq euros, le secteur vert rapporte dix euros et le secteur rose dix-neuf euros. On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur (le gain peut être négatif).
a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
b) Calculer l’espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l’exercice

Feuille de route	GROUPE des CONFIRMES

Temps estimé : 1 /2 h

Dans une ville comportant 15 000 foyers, une enquête portant sur les habitudes en matière écologique a donné les résultats suivants :

- 10 500 foyers pratiquent le tri sélectif ;
- parmi les foyers pratiquant le tri sélectif, 30 % consomment des produits bio ;
- parmi les foyers ne pratiquant pas le tri sélectif, 450 consomment des produits bio.

On choisit au hasard un foyer et on note les événements suivants :

T : « Le foyer pratique le tri sélectif » et B : « Le foyer consomme des produits bio ».

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité pondéré.
2. Déterminer $P(B \cap T)$ et $P(B \cap \overline{T})$.
3. Justifier que $P(B) = 0{,}24$.
4. Cette ville décide de favoriser les foyers ayant un comportement éco-citoyen. Pour cela, elle offre chaque année un chèque de 50 € aux foyers qui pratiquent le tri sélectif et un chèque de 20 € aux foyers qui consomment des produits bio. Les deux récompenses peuvent être cumulées.

   Soit S la variable aléatoire égale à la somme d'argent reçue par un foyer choisi au hasard.

   a. Donner les différentes valeurs que peut prendre la variable aléatoire S.
   b. Déterminer la loi de probabilité de S.
   c. Calculer l'espérance de S et interpréter le résultat.

Feuille de route GROUPE des EXPERTS

Temps estimé : 1 /2 h

Une urne contient 10 boules blanches et n boules rouges, $n$étant un entier naturel supérieur ou égal à 2. On fait tirer à un joueur des boules de l'urne. A chaque tirage, toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées.
Pour chaque boule blanche tirée, le joueur gagne 2 euros et pour chaque boule rouge tirée, il perd 3 euros.
On désigne par G la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.
Le joueur tire deux fois successivement et sans remise une boule de l'urne.

On note les événements suivants :
R_1 : « la 1ère boule tirée est rouge » et R_2 : « la 2ième boule tirée est rouge »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité pondéré.
2. Démontrer que : $P(G=-1)=\frac{20n}{(n+10)(n+9)}$
3. Exprimer, en fonction de n, les probabilités correspondantes aux deus autres valeurs prises par la variable aléatoire G.
4. Démontrer que l'espérance de la variable aléatoire G s'exprime par : $E(G)=\frac{-6n^2-14n+360}{(n+10)(n+9)}$
5. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles l'espérance est strictement positive.