Fiche diagnostique à l'entrée de la SPECIALITE Mathématiques de TERMINALE et à l'entrée de l'option Mathématiques COMPLEMENTAIRES

AXE 1 : la fonction exponentielle

NOM	Prénom	Classe
--	--	--------------

Temps estimé : 1 h

1. **Capitalisation du cours :** *Compléter les éléments de cours suivants sur la fonction exponentielle*

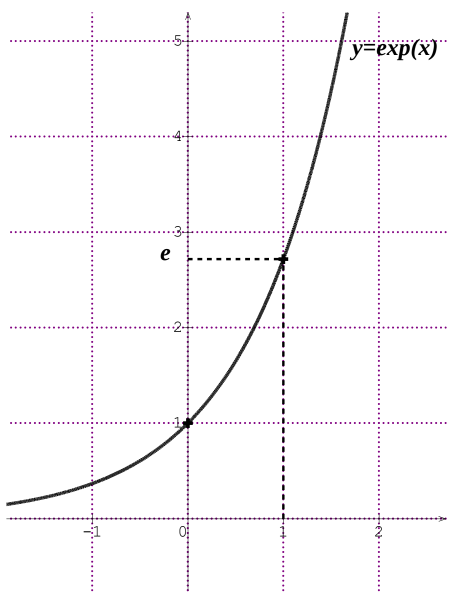
La fonction exponentielle notée exp est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par :
$(\exp)' = \exp$ et $\exp(0) = 1$
Pour tous réels x et y , pour tout entier relatif n,

	Avec la notation puissance $\exp(x) = e^x$
$(\exp)' = \exp$ et $\exp(0) = 1$	$(e^x)' =$ ... et $e^0 = \cdots$
$\exp(x) \neq 0$	$e^x \neq 0$
$\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$	e^{x+y}=...
$\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}$	$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$
$\exp(x-y) = \frac{\exp(x)}{\exp(y)}$	$e^{x-y} = \cdots$
Pour tout réel a, **la suite $(\exp(na))$ est géométrique de raison $\exp(a)$**	**Pour tout réel a,** **la suite (e^{na}) est géométrique de raison ....**
$\exp(na) = (\exp(a))^n$	$(e^x)^n = \cdots$..
	$e^1 = e$ $\quad$ $e \approx 2,78$
	$\sqrt{e} = e^{\frac{1}{2}}$

Signe : La fonction exponentielle est **strictement ……………… sur $\mathbb{R}$.** $\forall x \in \mathbb{R}$, e^x ....

Monotonie : La fonction exponentielle est
strictement ………………….. sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
Signe de $(\exp(x))'$		+		
Variation de la fonction EXP	0 ↗	1 ↗	e ↗	$+\infty$



La courbe représentative de la fonction EXP est
toujours située au-dessus de l'axe des abscisses.

Conséquences à compléter $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}$ $\quad e^a = e^b \Leftrightarrow a \dots b$

$e^a > e^b \Leftrightarrow a \dots b$

2. **Représenter :**

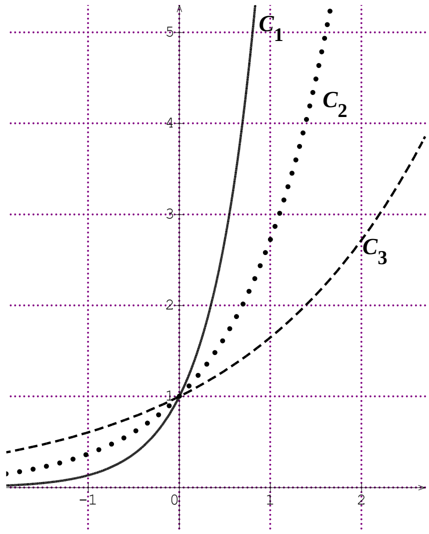
- **lien avec les fonctions $x \mapsto e^{kx}$ avec k un réel strictement positif :**

Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond.

$C_{\dots} : y = e^{2x}$

$C_{\dots} : y = e^{x}$

$C_{\dots} : y = e^{0,5x}$



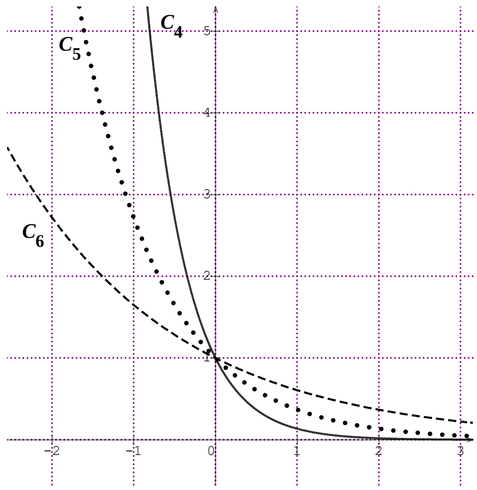
- **lien avec les fonctions $x \mapsto e^{-kx}$ avec k un réel strictement positif :**

Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond.

$C_{\dots} : y = e^{-2x}$

$C_{\dots} : y = e^{-x}$

$C_{\dots} : y = e^{-0,5x}$



On complète les règles de monotonie suivantes :

Si $k > 0$, la fonction définie par $x \mapsto e^{kx}$ est ………………. sur $\mathbb{R}$ et la fonction définie par $x \mapsto e^{-kx}$ est ………………. sur $\mathbb{R}$.

3. **Cas de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{ax+b}$ avec a et b réels.**

On complète la formule de dérivation suivante : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \cdots e^{\cdots\cdots}$

4. **Calculs algébriques :** ***Simplifier les expressions suivantes***

$A = exp(-5) \times exp(3)$	$B = (exp(-2))^3$	$C = e^5 \times \frac{e^{-4}}{e^2}$	$D = \sqrt{e^8}$

5. **Signe d'une expression comportant une exponentielle :**
Déterminer le signe des expressions suivantes sur $\mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R}, A(x) = e^{-4x}$	$\forall t \in \mathbb{R}, B(t) = \frac{-2}{e^t}$	$\forall x \in \mathbb{R}, C(x) = (2-x)e^x$	$\forall u \in \mathbb{R}, D(u) = ue^{-u}$

6. **Equations et inéquations**

a. Comparer les nombres suivants en n'effectuant aucun calcul et en détaillant votre démarche

e^5 **et** e^7	$e^{-1,9}$ **et** $e^{-1,8}$

b. Résoudre les équations et les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$

$e^{2x-1} = 1$	$e^{-3x+2} = e^{x+5}$	$e^{x-5} \leq e$

7. <u>**Dérivée d'une fonction comportant une exponentielle :**</u>

Les fonctions suivantes sont dérivables sur $\mathbb{R}$. *Déterminer leur fonction dérivée.*

$\forall x \in \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = 3e^x$	$\forall t \in \mathbb{R}, t \mapsto g(t) = e^{-t} + e$	$\forall x \in \mathbb{R}, x \mapsto l(x) = xe^{2x}$	$\forall x \in \mathbb{R}, x \mapsto i(x) = \dfrac{x}{e^x + 1}$

8. <u>**Sens de variation et tableau de variation.**</u>

a. Déterminer mentalement le sens de variation des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$ définie par :

$\forall x \in \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = e^{-3x}$	$\forall t \in \mathbb{R}, t \mapsto g(t) = e^{4t}$

b. Justifier par les calculs nécessaires tous les éléments du tableau de variation de la fonction f définie par $f(x) = (x-2)e^x$ sur l'intervalle d'étude [-2 ; 5].

x	**-2**		**1**		**5**
Signe de $f'(x)$		**-**	**0**	**+**	
Sens de variations de f	$\frac{-4}{e^2}$		$-e$		$3e^5$

Fiche diagnostique à l'entrée de la spécialité Mathématiques de TERMINALE et à l'entrée de l'option Mathématiques COMPLEMENTAIRES

1. CAPITALISATION DES COMPETENCES ACQUISES

AXE 1 : la fonction exponentielle

NOM	Prénom	Classe
---	---	---------------

NOTION	Non maitrisée	Maitrisée	Bien maitrisée
1. Acquisition du cours			
2. Représenter			
3. Calculs algébriques			
4. Signe d'une expression contenant une exponentielle			
5. Equations et inéquations			
6. Dérivées contenant une exponentielle			
7. Variations			

2. REMEDIATION : travail DIFFERENCIE

Je suis affecté(e) au groupe suivant :

Les explorateurs	Les confirmés	Les experts

Modalités de la différenciation :

- Les explorateurs « révisent leur gamme » à l'aide de la feuille de route jointe et font appel à leur enseignant.

- Les confirmés et les experts s'investissent sur leur fiche de route jointe.

Les confirmés font appel aux experts.

Les experts travaillent en totale autonomie.

- Mise à disposition d'un corrigé en fin de séance ou correction collective.

Feuille de route GROUPE des EXPLORATEURS

Temps estimé : 1 h / 1 h 30

Compétences : Calculer/ Représenter.

1. **Utiliser les propriétés de l'exponentielle :**
   - **Ecrire sous la forme e^a les expressions suivantes où a est un réel :**

   $A = e^0 \times e^2 \quad B = e \times e^{-1} \quad C = (e^5)^2 \quad D = \frac{e^{-4}}{e^7} \quad E = e^{-2} \times \frac{e^5}{e^{-3}} \quad F = \sqrt{e^{10}} \quad G = \frac{e}{\sqrt{e}}$

   - **Simplifier chacune des expressions suivantes où x , t et u sont des réels :**

   $A(x) = e^{3x-1} \times e^{4x} \quad B(t) = \frac{e^{5t}}{e^{-t}} \quad C(u) = \frac{1}{e^{-2u}} \times \frac{2}{e^{3u}} \quad D(x) = e^{2x+1} \times (e^{-x})^2$

2. **Travailler sur la dérivation :**

   Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

   a. $\forall x \in \mathbb{R}, x : \mapsto \ f(x) = (3x-2)e^x$

   b. $\forall t \in \mathbb{R}, t : \mapsto \ \mathrm{g(t)} = \frac{-2t}{e^t}$

   c. $\forall x \in \mathbb{R}, x : \mapsto \ h(x) = \frac{5}{e^x+1}$

   d. $\forall u \in \mathbb{R}, u : \mapsto \ \mathrm{k(u)} = e^{-4u}$

3. **Travailler sur les équations et inéquations :**

Résoudre les équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a. $\mathrm{e^x} = 0$
b. $\mathrm{e^x} \leq -1$
c. $\mathrm{e^{-x}} = 1$
d. $\mathrm{e^x} > 0$
e. $\mathrm{e^{2x+3}} = \mathrm{e^{-x}}$
f. $\mathrm{e^{2x+3}} \leq \mathrm{e^{-x^2}}$

4. **Construire un tableau de variation**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$.

On veut construire le tableau de variation de f sur l'intervalle d'étude $]0,2]$.

1. Montrer que la fonction dérivée de f est $f'(x) = \frac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}$.
2. Etudier le signe de $f'(x)$sur l'intervalle $]0,2]$.
3. En déduire la construction du tableau de variation de la fonction de f sur l'intervalle $]0,2]$.
4. En déduire l'allure de la courbe représentative de f sur l'intervalle $]0,2]$.

Feuille de route GROUPE des CONFIRMES

Temps estimé : 1 h / 1 h 30

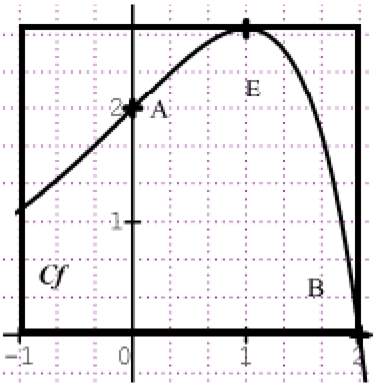
Compétences : Représenter/Calculer/ Chercher/Raisonner/Communiquer.

Exercice 1 :

Une entreprise de bois découpe dans des plaques rectangulaires de mélaminé la forme représentée sur le schéma ci-dessous.

Soit un repère orthonormé d'unité 30 cm. (Un carreau a un côté de 10 cm).

Dans ce repère, on a construit la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[-1;2]$ par $f(x)=(ax+b)e^x$ où a et b sont deux réels à déterminer.



On définit les points $A(0;2)$ et $B(2;0)$. E est le point d'abscisse égale à 1. A, B et E appartiennent à la courbe C_f.

1. A l'aide des points indiqués sur le graphique, déterminer les valeurs de a et de b.
2. On admet que $f(x)=(-x+2)e^x$ et on note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[-1;2]$, $f'(x)=(-x+1)e^x$.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-1;2]$.
3. Quelles sont les dimensions exactes de la plaque rectangulaire de mélaminé ?

Exercice 2 :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x)=\frac{e^{2x}}{x}$.

1. Déterminer le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}^*$.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}^*$.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 1.
4. On rappelle que la fonction inverse est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\frac{1}{x}$.
   Déterminer par le calcul s'il existe des points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction f et la courbe représentative de la fonction g.

Feuille de route	GROUPE des EXPERTS

Temps estimé : 1 h / 1 h 30

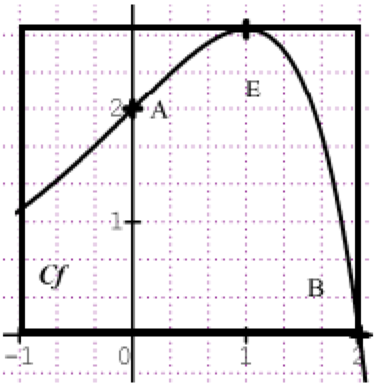
Compétences : Représenter/Calculer/ Chercher/Raisonner/Communiquer.

Exercice 1 :

Une entreprise de bois découpe dans des plaques rectangulaires de mélaminé la forme représentée sur le schéma ci-dessous.

Soit un repère orthonormé d'unité 30 cm. (Un carreau a un côté de 10 cm).

Dans ce repère, on a construit la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[-1; 2]$ par $f(x) = (ax + b)e^x$ où a et b sont deux réels à déterminer.



On définit les points $A(0; 2)$ et $B(2; 0)$. E est le point d'abscisse égale à 1. A, B et E appartiennent à la courbe C_f.

4. A l'aide des points indiqués sur le graphique, déterminer les valeurs de a et de b.
5. On admet que $f(x) = (-x + 2)e^x$ et on note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   c. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[-1; 2]$, $f'(x) = (-x + 1)e^x$.
   d. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-1; 2]$.
6. Quelles sont les dimensions exactes de la plaque rectangulaire de mélaminé ?

Exercice 2 :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \frac{e^{2x}}{x}$.

1. Déterminer le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}^*$.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}^*$.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 1.
4. On rappelle que la fonction inverse est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
   Déterminer par le calcul s'il existe des points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction f et la courbe représentative de la fonction g.