Fiche diagnostique à l'entrée de la SPECIALITE Mathématiques de TERMINALE et à l'entrée de l'option Mathématiques COMPLEMENTAIRES

AXE 3 : suites numériques

NOM	Prénom	Classe
---	---	---------------

Temps estimé : 1 h

1. **Capitalisation du cours :** ***Compléter les éléments de cours suivants***

• Une suite numérique u est une fonction définie sur $\mathbb{N}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$.
L'image de l'entier naturel n par la suite est noté u_n. On l'appelle terme d'indice n de la suite.
Cette suite est notée (u_n).

• Une suite peut être définie par une formule explicite, par récurrence, par un algorithme, par des motifs géométriques.

• Lorsqu'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre r, on dit que la suite (u_n) est …………………………………… Le nombre r est appelé la ……………………… de la suite.

Dans ce cas, la suite est définie par la relation de récurrence : $u_{n+1} =$…………………………

et si le premier terme est u_0 alors le terme général est : $u_n = u_0$ ………………………

Soit n un entier naturel non nul. On a : $1 + 2 + 3 + \ldots + n =$ ………………………

• Lorsqu'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre non nul q, on dit que la suite (u_n) est …………………………………… Le nombre q est appelé la ……………………… de la suite.

Dans ce cas, la suite est définie par la relation de récurrence : $u_{n+1} =$…………………………

et si le premier terme est u_0 alors terme général est : $u_n = u_0$ ………………………

Soit n un entier naturel non nul et q un réel différent de 1. On a : $1 + q + q^2 + \ldots + q^n =$ ………………………

• Lorsque, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \geq u_n$, on dit que la suite (u_n) est ……………………………………

Lorsque, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leq u_n$, on dit que la suite (u_n) est ……………………………………

2. Calculer les termes d'une suite

• Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 3n^2 - n + 4$.
Cette suite est-elle définie par une formule explicite ou par récurrence ? ……………………………………
Calculer u_0, u_1, u_2, u_3.

• Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 2v_n - 1 \end{cases}$

Cette suite est-elle définie par une formule explicite ou par récurrence ? ……………………………….

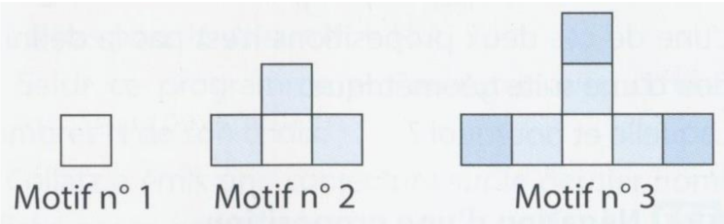
Calculer v_0, v_1, v_2, v_3.

3. Modéliser une situation

a) On étudie l'action d'un antibiotique sur une souche de bactéries. Chaque heure, 3% des bactéries sont tuées. On note u_0 la quantité de bactéries au moment de l'injection et u_n la quantité de bactéries n heures après l'injection.

Expliciter la suite (u_n) :

b) On construit une suite de motifs comme sur le schéma ci-dessous :



Le procédé de construction est le même pour les motifs suivants.

Pour tout entier $n \geq 1$, on note v_n le nombre de carrés du motif numéro n.

Expliciter la suite (v_n) :

c) Julie dispose dès sa naissance d'un livret contenant 100€.

A son premier anniversaire, ses grands-parents y déposent 50€, et chaque année, ils augmentent la somme déposée de 10€.

On note w_0 la somme sur le livret à la naissance et w_n la somme disponible sur le livret au $n^{\text{ième}}$ anniversaire. On suppose que Julie n'effectue aucun retrait.

Expliciter la suite (w_n) :

d) Parmi les 3 suites précédentes, identifier les éventuelles suites arithmétiques et géométriques :

4. Manipuler une suite arithmétique

a) On considère la suite arithmétique (u_n) de 1er terme $u_1 = -3$ et de raison $r = 2$.
Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n puis calculer les cinq premiers termes de la suite.

b) On considère la suite arithmétique (v_n) de 1er terme $v_0 = 1$ et de raison $= \frac{1}{3}$.
Exprimer v_n en fonction de n puis calculer v_{20}.

5. Manipuler une suite géométrique

a) On considère la suite géométrique (u_n) de 1er terme $u_1 = -3$ et de raison $q = 2$.
Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n puis calculer les cinq premiers termes de la suite.

b) On considère la suite géométrique (v_n) de 1er terme $v_0 = 1$ et de raison $= \frac{1}{3}$.
Exprimer v_n en fonction de n puis calculer v_{20}.

6. Etudier le sens de variation

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 4 - (n+1)^2$.
a) Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n :

b) En déduire le sens de variation de la suite (u_n) :

Fiche diagnostique à l'entrée de la spécialité Mathématiques de TERMINALE et à l'entrée de l'option Mathématiques COMPLEMENTAIRES

1. CAPITALISATION DES COMPETENCES ACQUISES

AXE 3 : suites numériques

NOM	Prénom	Classe
---	---	--------------

NOTION	Non maitrisée	Maitrisée	Bien maitrisée
1. Acquisition du cours			
2. Calculer les termes d'une suite			
3. Modéliser une situation			
4. Manipuler une suite arithmétique			
5. Manipuler une suite géométrique			
6. Etudier le sens de variation			

2. REMEDIATION : travail DIFFERENCIE

Je suis affecté(e) au groupe suivant :

Les explorateurs	Les confirmés	Les experts

Modalités de la différenciation :

- Les explorateurs « révisent leur gamme » à l'aide de la feuille de route jointe et font appel à leur enseignant.

- Les confirmés et les experts s'investissent sur leur fiche de route jointe.

Les confirmés font appel aux experts.

Les experts travaillent en totale autonomie.

- Mise à disposition d'un corrigé en fin de séance ou correction collective.

Feuille de route	GROUPE des EXPLORATEURS

Temps estimé : 1 h

Exercice 1

Dans son lycée, Gaëlle veut mettre en place un site collaboratif ayant pour objectif le prêt de livres.
Au départ, elle propose 40 titres sur le site.
Chaque semaine, grâce à l'aide d'amis motivés, elle peut proposer 30 nouveaux titres.
On appelle L_n le nombre de titres proposés sur le site la n-ième semaine. On pose $L_0 = 40$.

1) Calculer L_1 et L_2.
2) a) Exprimer L_{n+1} en fonction de L_n.
   b) Quelle est la nature de la suite (L_n) ?
   c) Exprimer L_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$.
3) Combien de livres proposera-t-elle la 10e semaine ?
4) Le lycée de Gaëlle accueille 950 élèves et Gaëlle veut pouvoir prêter un livre par élève.

Déterminer le nombre de semaines nécessaires pour atteindre l'objectif.

Exercice 2

Le responsable d'un camping souhaite réduire de 5% par an les déchets produits par les campeurs.
En 2019, il en avait collecté 9000 kg.
Pour tout entier naturel n, on note u_n la masse de déchets collectés durant l'année 2019 + n.
On pose $u_0 = 9000$.

1) Quelle quantité de déchets le responsable doit-il prévoir de collecter en 2020 ?
2) Quelle est la nature de la suite (u_n)? Préciser son terme initial et sa raison.
3) Donner la formule permettant de calculer le terme général u_n en fonction de n.
4) Quelle quantité de déchets le responsable doit-il prévoir de collecter en 2023 ?

Son objectif est de ramasser au maximum 5000 kg de déchets. A l'aide de la calculatrice, indiquer en quelle année cet objectif sera atteint.

Feuille de route	GROUPE des CONFIRMES

Temps estimé : 1 h

Exercice 1

Pour placer un capital de 5000€, on a le choix entre deux formules :

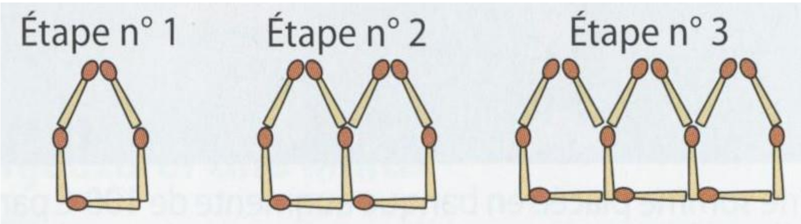
Formule A – formule de placement à prime constante :
Chaque année, le capital est augmenté de 250€.
On note a_n le capital disponible après n années.

Formule B – formule de placement à taux d'intérêt fixe :
Chaque année, le capital est augmenté de 4% par rapport à l'année précédente.
On note b_n le capital disponible après n années.

1. Calculer les trois premiers termes des suites (a_n) et (b_n).
2. Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n pour tout entier naturel n.
   Que peut-on en déduire pour la suite (a_n) ? Préciser sa raison.
3. Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n pour tout entier naturel n.
   Que peut-on en déduire pour la suite (b_n) ? Préciser sa raison.
4. Donner l'expression de a_n et b_n en fonction de n.
5. Calculer le capital disponible après 8 années de placement.
6. Quelle formule choisiriez-vous ? Expliquer.
7. Après combien d'années la capital aura-t-il doublé ?
   Cette durée dépend-elle du montant du capital initial ?

Exercice 2

On schématise avec des allumettes des maisons dont les murs sont mitoyens, comme ci-dessous :



Combien d'allumettes seront utilisées à l'étape n°2020 ?

Feuille de route GROUPE des EXPERTS

Temps estimé : 1 h

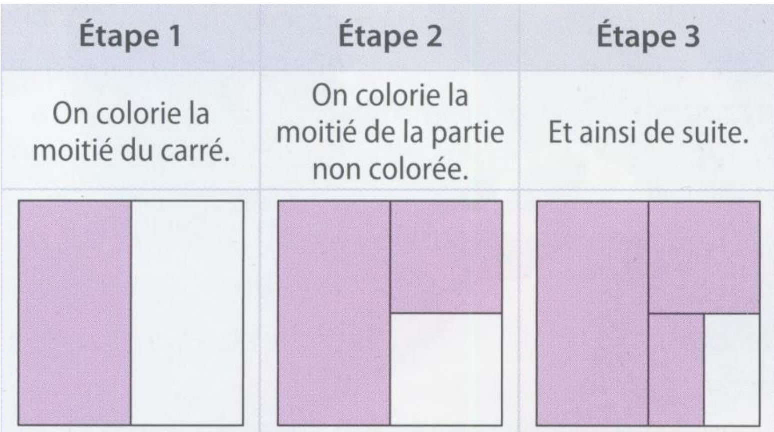
Exercice 1

Une équipe de chercheurs étudie l'évolution d'une population d'abeilles.
On estime que, chaque mois, la population s'accroît naturellement de 5% et qu'en moyenne 100 abeilles ne reviennent pas à la ruche.
Au début de l'étude (mois $n = 0$), la population a été estimée à 4000 individus.
On note p_n la population de la ruche au bout de n mois.

1. Indiquer la valeur de p_0 et calculer p_1, p_2, p_3.
2. Pour tout entier naturel n, exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.
3. La suite (p_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.
4. On pose $v_n = p_n - 2000$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
5. En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis celle de u_n en fonction de n.
6. Avec un tableur, la calculatrice ou un programme Python, déterminer le nombre de mois au bout duquel la population de la ruche aura triplé.

Exercice 2

On dispose d'un carré de côté 1.



1. A partir de quelle étape, plus de 99% du carré est colorié.
2. Peut-on, par cette méthode, arriver à colorier tout le carré initial de côté 1 ?