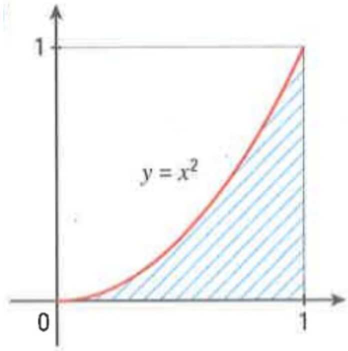
Approximation de l’aire sous une courbe par la méthode de Monte-Carlo

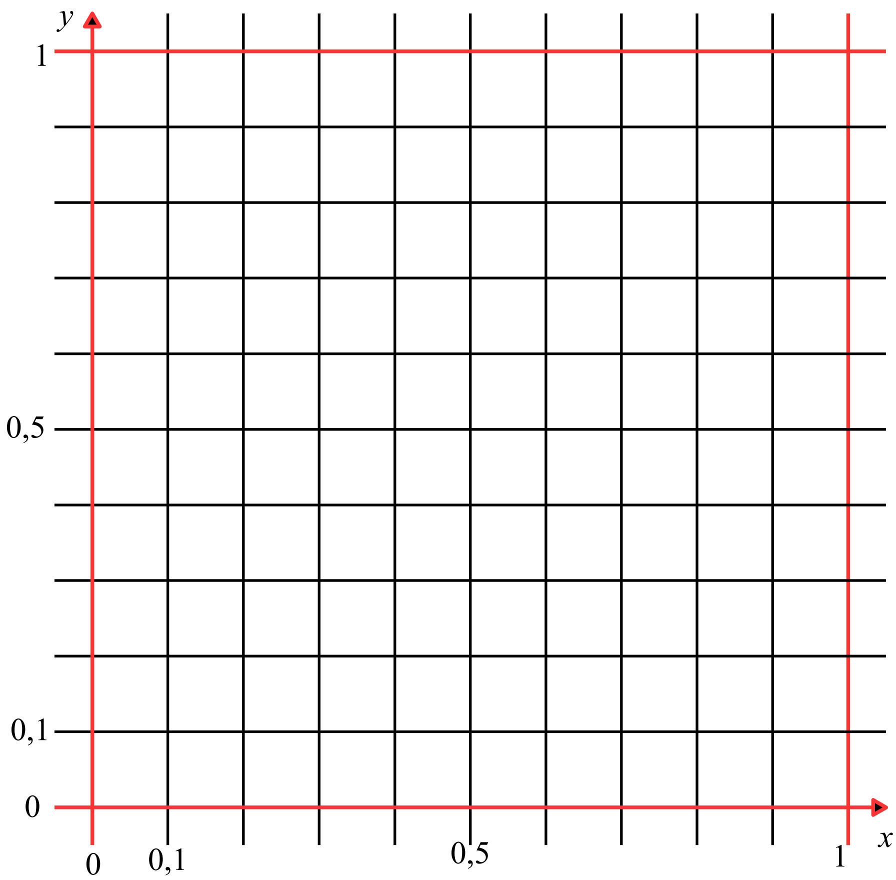


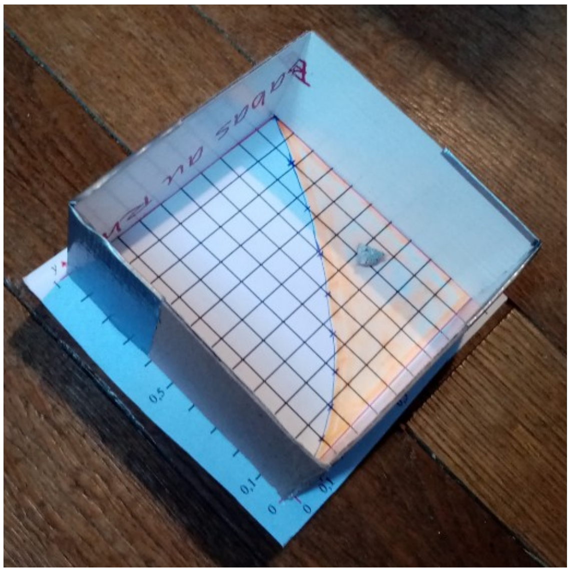
On va estimer l’aire sous la courbe de la fonction carré sur l’intervalle [0 ; 1], par la méthode de Monte-Carlo.

Matériel nécessaire :
- du carton (fourni),
- un petit dé, ou un petit jeton, ou un petit morceau de gomme...
- du scotch, des ciseaux.

Manipulation 1. - à la main -

1. Représenter très précisément la fonction carré dans le repère ci-dessous. Colorier l’aire sous la courbe.
2. Découper la figure ci-dessous en suivant le carré rouge.
3. Avec le carton fourni, fabriquer un cadre de 10 cm de côté et 5 cm de hauteur. Placer la figure dans le cadre.
4. Lancer 100 fois un petit dé (ou jeton) dans le cadre et compter le nombre de fois où le dé tombe sur la partie coloriée.
4. Quelle fréquence d’impacts dans la partie coloriée as-tu obtenue ? (on trouve une proportion d’impacts dans la surface coloriée de 1/3 mais les résultats peuvent être variables, bien sûr...).
5. Estimer l’aire sous la courbe (l’aire du carré rouge est 1 u.a.) (1/3 u.a.)





Manipulation 2. - Programmation Python -

1. On donne la fonction suivante. (Le programme est à recopier, commenter ou compléter par les élèves suivant leur niveau).

```python
# Créé par Lmmad, le 27/10/2019 en Python 3.4
from random import random
def AireSousCourbe(fonction,nombre):
    """calcule l'aire sous la courbe sur l'intervalle [0;1] de la fonction
    à rentrer en premier paramètre, par la méthode de Monte-Carlo, avec un
    nombre de lancés à rentrer en second paramètre"""
    nbre = 0
    for k in range(nombre):
        x,y = random(),random()
        if y <= fonction(x):
            nbre += 1
    return nbre/nombre
```

2. Donner le résultat renvoyé pour chaque instruction.

AireSousCourbe(lambda x : x**2,100)	0.32
AireSousCourbe(lambda x : x**2,1000)	0.339
AireSousCourbe(lambda x : x**2,10000)	0.3343
AireSousCourbe(lambda x : x**2,100000)	0.33346
AireSousCourbe(lambda x : x**2,1000000)	0.33344

En augmentant le nombre de lancés, l'estimation de l'aire sous la courbe semble se rapprocher de …

Etape 3. On fait le calcul !

$$\int_0^1 x^2 dx = \ldots$$