



CONTINUITE PEDAGOGIQUE MATHS COLLEGE

Avril 2020

Quelques exemples – Tâche à prise d'initiative

Inspection régionale de Mathématiques



CORNETS DE GLACE – FICHE PROFESSEURS

✗ **Durée : 20 minutes**

✗ **Niveau : Dès le cycle 3**

✗ **la situation-problème**

Recherche de l'ensemble des possibilités de 3 éléments parmi 5

✗ **le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 20 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✗ **Réponses attendues**

35 possibilités. L'utilisation de méthodes plus systématiques (tableau, la famille des 3 mêmes parfums...) permet de visualiser rapidement l'ensemble des solutions.

✗ **Objectif pédagogique**

Développer chez les élèves un comportement de recherche
Développer des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver et modéliser.

CORNETS DE GLACE – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

On dispose de 5 parfums de glace : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme.
Trouve tous les cornets de glace à trois boules possibles.

LIBRAIRIE – FICHE PROFESSEURS

✗ **Durée : 20 minutes**

✗ **Niveau : dès le cycle 3**

✗ **La situation-problème**

Résolution d'un problème à une inconnue dans le domaine arithmétique

✗ **le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 20 minutes pour répondre à cette question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✗ **Réponses attendues**

5 : plusieurs procédures possibles

La première procédure (dite « essai-erreur »), l'élève teste une ou plusieurs valeurs et trouve la réponse au problème.

La seconde procédure (démarche algébrique), l'élève remarque qu'il peut utiliser un prix global ($6 \text{ €} + 2 \text{ €} = 8 \text{ €}$) et diviser par ce prix global.

La troisième procédure (démarche algébrique), l'élève met en équation mais la lourdeur de la résolution qui en découle n'en fait pas la stratégie la plus efficace dans cette situation.

✗ **Objectif pédagogique**

Chercher / Calculer / Raisonner / Communiquer

LIBRAIRIE – FICHE ELEVES

X Énoncé

Brigitte va dans une librairie.

Elle y achète autant de livres que de magazines.

Les magazines coûtent 2 € chacun et les livres coûtent 6 € chacun.

Elle dépense en tout 40 €

Combien de livres a-t-elle achetés ?

PLUS GRANDE AIRE – FICHE PROFESSEURS

✗ **Durée : 20 minutes**

✗ **Niveau : dès le cycle 3**

✗ **La situation-problème**

Travail simultané sur les notions de périmètre et d'aire

✗ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 20 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✗ **Réponses attendues**

Un carré de 14 de côté : plusieurs approches possibles.

- 1) Les élèves vont représenter un rectangle de 7 sur 8 ($56 = 7 \times 8$)
- 2) Les élèves vont faire des essais successifs
 - en traçant des rectangles avec des mesures exactes
 - en traçant des rectangles à main levée et en notant des mesures.
- 3) Les élèves vont tracer un rectangle de périmètre 56 cm en utilisant le quadrillage du cahier puis ils vont calculer l'aire en utilisant le quadrillage.
- 4) Les élèves vont trouver les dimensions d'un rectangle de périmètre 56 cm et faire le calcul de l'aire avec leurs dimensions.
- 5) Les élèves utilisent des produits de deux nombres décimaux pour s'approcher de la valeur 56.

✗ **Objectif pédagogique**

Développer chez les élèves un comportement de recherche

✗ **Prolongement possible**

- Montrer que des figures peuvent avoir le même périmètre et des aires différentes.
- Montrer que des figures peuvent avoir la même aire et des périmètres différents.

PLUS GRANDE AIRE – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

Dans la famille des rectangles ayant un périmètre de 56 cm, quel est celui qui a la plus grande aire ?

POULES ET MOUTONS – FICHE PROFESSEURS

✘ **Durée : 20 minutes**

✘ **Niveau : dès le cycle 3**

✘ **la situation-problème**

Démarche d'investigation pour résoudre un problème à plusieurs inconnues.

✘ **le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 20 minutes pour répondre aux deux questions. Toute réponse même partielle sera examinée.

✘ **Réponses attendues**

13 poules et 27 moutons.

Pour des élèves en difficulté, choisir 10 et 34 au lieu de 40 et 134.

✘ **Objectif pédagogique**

Développer chez les élèves un comportement de recherche
Développer des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver et modéliser.

POULES ET MOUTONS – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

Un fermier part compter ses poules et ses moutons. Quand il revient, il dit à sa famille :
« j'ai compté 40 têtes et 134 pattes »

Combien a-t-il de poules et de moutons ?

SUITES DE NOMBRES – FICHE PROFESSEURS

✗ **Durée : 25 minutes**

✗ **Niveau : Dès le cycle 3**

✗ **La situation-problème**

Élaborer une démarche pertinente afin de produire une solution personnelle dans le cadre d'un travail sur les nombres entiers

✗ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 25 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✗ **Réponses attendues**

Procédures rencontrées :

1)

			4									12
--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	----

Ils complètent par 1, 2, 3 ... jusqu'à 12.

2) Ils utilisent les nombres de l'énoncé :

a) $2\ 000 - 4 = 1\ 996$

$1\ 996 : 2 = 998$

		998	4	998								12
--	--	-----	---	-----	--	--	--	--	--	--	--	----

puis continuent jusqu'à 12.

4	998	998	4	998	998	4	998	998	4	998	12
---	-----	-----	---	-----	-----	---	-----	-----	---	-----	----

b) $2\ 000 - 12 = 1\ 988$

$1\ 988 : 2 = 994$

			4						994	994	12
--	--	--	---	--	--	--	--	--	-----	-----	----

Puis continuent jusqu'à 12.

		994	4	994	12	994	994	12	994	994	12
--	--	-----	---	-----	----	-----	-----	----	-----	-----	----

c) $2\ 000 - (4 + 12) = 1\ 984$

Deux possibilités :

			4						1 984	4	12
--	--	--	---	--	--	--	--	--	-------	---	----

ou

									4	1 984	12
--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	-------	----

3) Ils effectuent des produits (toutes les combinaisons possibles avec les nombres donnés).

4) Ils décomposent le nombre 2000 en produits ou sommes de multiples de 100.

5) Par tâtonnements successifs :

			4	1	1 995						12
--	--	--	---	---	-------	--	--	--	--	--	----

			4	2	1 994						12
--	--	--	---	---	-------	--	--	--	--	--	----

			4	3	1993						12
--	--	--	---	---	------	--	--	--	--	--	----

Et ainsi de suite ...

6) Ils remplacent trois cases successives par des lettres a, b et c.

$a + b + c = 2\ 000$; $4 + b + c = 2\ 000$ donc $b + c = 1\ 996$ et essaient de poursuivre...

7) $2\ 000 - 4 = 1\ 996$

	1 996	4	1 996							12
--	-------	---	-------	--	--	--	--	--	--	----

4	1 996	4	1 996	4						12
---	-------	---	-------	---	--	--	--	--	--	----

4	1 996	4	1 996	4	1 996	4				12
---	-------	---	-------	---	-------	---	--	--	--	----

Donc $1\ 996 - 12 = 1\ 984$ dans la case précédant 12.

✗ Objectif pédagogique

Développer chez les élèves un comportement de recherche

SUITE DE NOMBRES – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

Douze nombres entiers sont écrits en ligne. Le quatrième est 4 et le douzième est 12.
Dans cette liste, toute somme de trois nombres placés côte à côte est égale à 2 000.
Quel est le huitième nombre de cette liste ?

CALCIUM – FICHE PROFESSEURS

✘ **Durée : 30 minutes**

✘ **Niveau : Dès le cycle 4**

✘ **La situation-problème**

Étude des apports calciques dans un menu.

✘ **le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 30 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✘ **Réponses attendues**

Tout menu à partir d'aliments figurant dans le tableau et répondant aux contraintes (3 contraintes)

✘ **Objectif pédagogique**

- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche, démontrer.
- Nombres et calculs

CALCIUM – FICHE ELEVES

✗ Énoncé

Pour nos os, un apport régulier et suffisant de **calcium** est nécessaire tout au long de la vie.

Voici la quantité de calcium conseillée par jour pour la population française:

Enfants

- 1-3 ans : 600 mg
- 4-6 ans : 700 mg
- 7-9 ans : 900 mg
- >10 ans : 1 200 mg

Adolescents : 1 200 mg

Adultes : 900 mg

- Femmes enceintes (dernier trimestre) ou allaitant : 1 000 mg
- Femmes > 55 ans : 1 200 mg
- Hommes > 65 ans : 1 200 mg

Personnes âgées : 1 200 mg

Kévin a 16 ans. Il doit donc consommer au moins 1200 mg de calcium par jour. Propose un déjeuner qui lui apporte au moins la moitié de la quantité de calcium recommandée par jour. Ce déjeuner doit comporter au minimum 1 fruit et une portion de légumes, et pas plus d'une portion de fromage.

Pour t'aider voici quelques exemples de portions d'aliments et leur teneur en calcium.

Portions	Quantité de Calcium
Emmental (30g)	356 mg
1 yaourt au lait entier nature (125g)	189 mg
Camembert 40% MG (30g)	171 mg
1 yaourt au lait entier aux fruits (125g)	162 mg
1 portion de fromage blanc à 30% MG (100g)	115 mg
Crevettes cuites (100g)	115 mg
Truite arc-en-ciel au four (150g)	105 mg
Moules cuites à l'eau (100g)	101 mg
2 sardines à l'huile (25g)	100 mg
Eau du robinet	100mg/L

Portion	Quantité de calcium
Chou frisé (150g)	195 mg
Epinard (150g)	156 mg
Brocoli (150g)	114 mg
Haricots blanc cuits (150g)	90 mg
Cresson (50g)	79 mg
Céleri rave (150g)	60 mg
Haricots verts (150g)	60 mg
3 figues sèches (40g)	64 mg
1 orange (130g)	52 mg
1 part de quiche lorraine (130g)	182 mg
1 barre de chocolat au lait (20g)	40 mg

DIAGRAMME – FICHE PROFESSEURS

✘ **Durée : 10 minutes**

✘ **Niveau : dès le cycle 4**

✘ **La situation-problème**

Retrouver une information dans un diagramme.

✘ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 10 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✘ **Réponses attendues**

12 : plusieurs approches possibles

Dans la première procédure, l'élève recherche à partir du prix total le nombre d'élèves puis par lecture du tableau et du diagramme, il calcule le nombre d'élèves en 5C (12).

Dans la seconde procédure, les élèves partent du principe qu'il y a autant d'élèves en 5A et en 5C puis par lecture du tableau et du diagramme, ils trouvent le nombre total d'élèves. Ils calculent alors le prix de la sortie et comparent avec le prix total.

Dans la procédure 3, par lecture du tableau et du diagramme, les élèves trouvent le nombre d'élèves pour 5A-5B-5D. Ils calculent alors le prix pour ces trois classes et trouvent le prix pour la 5C. Ils trouvent ensuite qu'il y a 12 élèves en 5C.

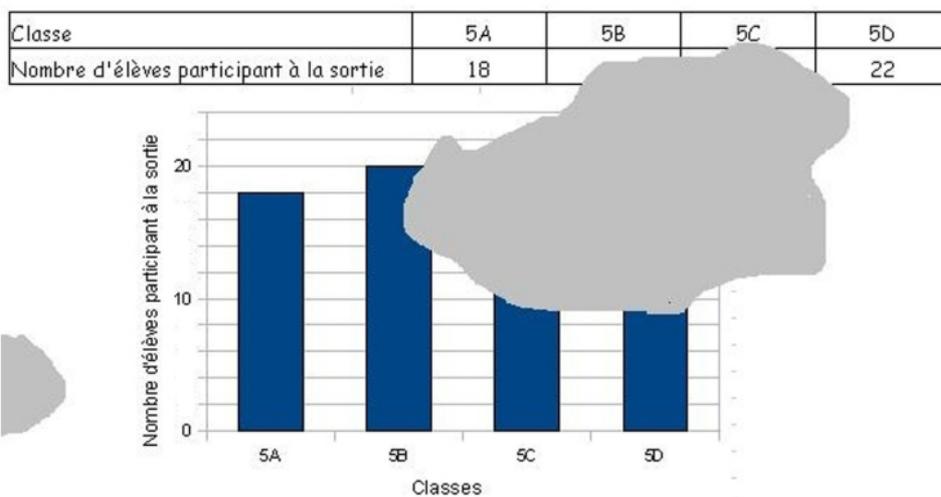
✘ **Objectif pédagogique**

Permettre aux élèves de construire et travailler des compétences nécessaires pour recevoir ou produire de l'information chiffrée.

DIAGRAMME – FICHE ELEVES

✗ Énoncé

Un collège propose une sortie au cinéma pour les élèves des quatre classes de cinquième.
Le prix d'une place est 4 €. Le collège va payer 288 € pour tous les élèves.
Le professeur a récapitulé, sous forme d'un tableau et d'un diagramme, le nombre d'élèves de chaque classe qui participent à la sortie. Malheureusement la fiche récapitulative a été tachée et certaines données ne sont plus lisibles.



Le professeur croit se souvenir qu'il y a autant d'élèves de 5C qui participent à la sortie que d'élèves de 5A. Qu'en pensez-vous ?

FERRY – FICHE PROFESSEURS

✘ **Durée : 20 minutes**

✘ **Niveau : dès le cycle 4**

✘ **La situation-problème**

Étude d'un transport de voitures neuves en ferry entre Marseille et Bastia.

✘ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 20 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✘ **Réponses attendues**

Environ 429 voitures.

✘ **Objectif pédagogique**

Rechercher, extraire et organiser l'information utile.
Grandeurs et Mesures

FERRY – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

Le 14 juillet 2020, un ferry assurant la liaison entre Marseille et Bastia va être réservé afin de transporter des voitures neuves pour la Corse.

Les voitures seront positionnées dans une cale de 160 mètres de long, de 25 mètres de large et de 3,40 mètres de haut.

Sachant qu'un emplacement pour une voiture est de 4,80 mètres de long, 1,80 mètre de large et 1,40 mètre de haut, donner approximativement le nombre de voitures que le ferry pourra contenir ?

DIAGRAMME – FICHE PROFESSEURS

✘ **Durée : 10 minutes**

✘ **Niveau : dès le cycle 4**

✘ **La situation-problème**

Retrouver une information dans un diagramme.

✘ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 10 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✘ **Réponses attendues**

12 : plusieurs approches possibles

Dans la première procédure, l'élève recherche à partir du prix total le nombre d'élèves puis par lecture du tableau et du diagramme, il calcule le nombre d'élèves en 5C (12).

Dans la seconde procédure, les élèves partent du principe qu'il y a autant d'élèves en 5A et en 5C puis par lecture du tableau et du diagramme, ils trouvent le nombre total d'élèves. Ils calculent alors le prix de la sortie et comparent avec le prix total.

Dans la procédure 3, par lecture du tableau et du diagramme, les élèves trouvent le nombre d'élèves pour 5A-5B-5D. Ils calculent alors le prix pour ces trois classes et trouvent le prix pour la 5C. Ils trouvent ensuite qu'il y a 12 élèves en 5C.

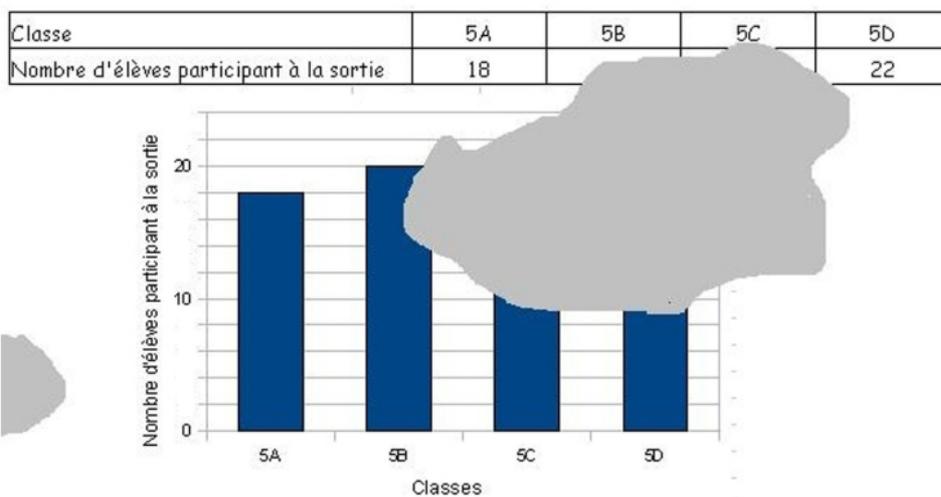
✘ **Objectif pédagogique**

Permettre aux élèves de construire et travailler des compétences nécessaires pour recevoir ou produire de l'information chiffrée.

DIAGRAMME – FICHE ELEVES

✗ Énoncé

Un collège propose une sortie au cinéma pour les élèves des quatre classes de cinquième.
Le prix d'une place est 4 €. Le collège va payer 288 € pour tous les élèves.
Le professeur a récapitulé, sous forme d'un tableau et d'un diagramme, le nombre d'élèves de chaque classe qui participent à la sortie. Malheureusement la fiche récapitulative a été tachée et certaines données ne sont plus lisibles.



Le professeur croit se souvenir qu'il y a autant d'élèves de 5C qui participent à la sortie que d'élèves de 5A. Qu'en pensez-vous ?

TRAIN OU VOITURE – FICHE PROFESSEURS

✘ **Durée : 20 minutes**

✘ **Niveau : dès le cycle 4**

✘ **La situation-problème**

Faire un choix de mode de transport en respectant des contraintes portant sur le coût et sur des horaires.

✘ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 20 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✘ **Réponses attendues**

Aurélie : possibilité 1 départ 8h15 arrivée 8h 55. Prix 10,30 €
Brice : possibilité 3 départ par exemple 8h 11 arrivée 8h 47. Prix 9,80 €
Corentin : possibilité 2 : départ par exemple 8h arrivée 8h 54. Prix 4,35 €

✘ **Objectif pédagogique**

- Rechercher, extraire et organiser l'information utile.
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche, démontrer.
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.
- Nombres et calculs.

TRAIN OU VOITURE – FICHE ELEVES

✗ Énoncé

Trois personnes, Aurélie, Brice et Corentin, ne se connaissant pas, doivent se rendre de la gare de Tours à la gare de Blois. Elles ont chacune l'obligation d'être à 9 h à la gare de Blois.

Pour faire ce trajet, on a le choix entre 3 possibilités :

1^{ère} possibilité : en voiture, en utilisant l'autoroute.	2^{ème} possibilité : en voiture, sans emprunter l'autoroute.
Durée : 0h 40 min	Durée : 0h 54 min
Distance : 65 km dont 58 km sur voies rapides	Distance : 59 km
Carburant : 5,00 €	Carburant : 4,35 €
Péages : 5,30 €	

3^{ème} possibilité : en train.

+	Départ	07h06	08h02	08h11	08h29	09h07	10h23
	<u>prix</u>	9,80 €	9,80 €	9,80 €	9,80 €	9,80 €	9,80 €
	Durée	00h41	00h33	00h36	00h35	00h39	00h32

(Remarque 00h41 signifie 00h 41 min)

Aurélie doit d'abord déposer son enfant à l'école à $8h \frac{1}{4}$ près de la gare.

Brice a 15 ans et n'a pas son permis.

Corentin n'a que 5 euros sur lui.

Indique pour chaque personne leur(s) possibilité(s) pour ce voyage, en justifiant à chaque fois ta réponse, et en précisant les horaires de départ et d'arrivée, et le prix.

COÏNCIDENCE OU PAS – FICHE PROFESSEURS

✗ **Durée : 30 minutes**

✗ **Niveau : à partir de l'enseignement de spécialité de première**

✗ **La situation-problème**

Trouver une méthode pour prouver si une conjecture est vraie ou fausse

✗ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 30 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✗ **Réponses attendues**

On s'intéresse pour tout entier naturel n non nul à l'expression $n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1$.
C'est un polynôme du quatrième degré en n .

On essaie de l'écrire sous la forme du carré d'un Polynôme du second degré !

Autrement dit, on recherche des entiers a , b et c tels que :

Pour tout entier $n \geq 1$, $n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1 = (an^2 + bn + c)^2$

Méthode : développer et identifier les coefficients (a et c pouvant se déterminer de tête).

Travail sur calculatrice ou sur tableur

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25 = 5^2$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361 = 19^2$$

$$4 \times 5 \times 6 \times 7 + 1 = 841 = 29^2$$

$$5 \times 6 \times 7 \times 8 + 1 = 1681 = 41^2$$

$$6 \times 7 \times 8 \times 9 + 1 = 3025 = 55^2$$

Effectivement, on obtient des carrés !

Mais mieux : à chaque fois, on obtient le carré du produit du premier et du dernier facteur auquel on ajoute 1 !!!

Conjecture de l'élève

Il semble que, pour tout entier $n \geq 1$, $n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1 = [n(n+3) + 1]^2$

Démonstration de l'élève

On pourrait s'attendre à un développement du type

$n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1 = (n^2 + n)(n^2 + 5n + 6) + 1 = \dots$ pour le membre de gauche

$[n(n+3) + 1]^2 = (n^2 + 3n + 1)^2 = (n^2 + 3n + 1)(n^2 + 3n + 1) = \dots$ pour le membre de droite.

Mieux ! L'élève anticipe la forme du résultat à obtenir :

$$n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1 = [n(n+3) + 1]^2$$

Il décide de développer le membre de gauche en laissant apparent le produit $n(n+3)$:

$$n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1 = n(n+3) \underbrace{(n+1)(n+2)}_{n^2 + 3n + 2} + 1 = n(n+3)(n^2 + 3n + 2) + 1$$

Il poursuit sa stratégie avec $n^2 + 3n + 2$, en faisant apparaître le produit $n(n+3)$:

$$n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1 = n(n+3)[n(n+3) + 2] + 1 = [n(n+3)]^2 + 2n(n+3) + 1$$

Il ne lui reste plus qu'à reconnaître une identité remarquable, suggérée d'ailleurs par

l'expression à obtenir, à savoir $[n(n+3) + 1]^2$.

COÏNCIDENCE OU PAS – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

$$\text{On a : } 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25 = 5^2$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361 = 19^2$$

Coïncidence ou pas ?

HARRY POTIER – FICHE PROFESSEURS

- ✘ **Durée : 20 minutes**
- ✘ **Niveau : Dès la classe de seconde**
- ✘ **La situation-problème**

Appliquer plusieurs fois un programme de calculs.

- ✘ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 20 minutes pour répondre aux deux questions. Toute réponse même partielle sera examinée.

- ✘ **Réponses attendues**

Si tous les quatre ensorcellements on obtient 10, au 2016^e ensorcellement, on obtiendra 10 car 2016 est un multiple de 4.

Le 2018^e ensorcellement sera donc le même que le second ensorcellement : $\frac{5}{9}$

HARRY POTIER – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

Ensorceler un nombre, c'est calculer le quotient de la différence du triple de ce nombre et de cinq par la somme de ce nombre et de un.

Quel nombre obtient-on si on enchaîne 2018 ensorcellements successifs à partir du nombre 10 ?

PLUS GRAND NOMBRE – FICHE PROFESSEURS

✗ **Durée : 30 minutes**

✗ **Niveau : à partir de l'enseignement de spécialité de première**

✗ **La situation-problème**

Trouver une méthode pour déterminer parmi deux nombres lequel est le plus grand

✗ **Le(s) consigne(s) donnée(s) à l'élève**

Vous avez 30 minutes pour répondre à la question. Toute réponse même partielle sera examinée.

✗ **Réponses attendues**

1. Utiliser la calculatrice pour calculer chaque nombre

Réponse : $A = 2$ et $B = 2$ donc $A = B$.

2. Utiliser la calculatrice pour calculer la différence

Réponse : $A - B = 10^{-10}$ donc $A > B$.

Méthode proposée par les élèves

Pour comparer deux nombres, on cherche le signe de la différence

Un exemple de mise en œuvre assez simple ... qui peut aboutir

$$A - B = \frac{2,0000000001}{2,0000000001 - 1,0000000001^2} - \frac{2,0000000002}{2,0000000002 - 1,0000000001^2}$$
$$A - B = \frac{2,0000000001 \times (2,0000000002 - 1,0000000001^2) - 2,0000000002 \times (2,0000000001 - 1,0000000001^2)}{(2,0000000001 - 1,0000000001^2)(2,0000000002 - 1,0000000001^2)}$$
$$A - B = \frac{0,0000000001 \times 1,0000000001^2}{(2,0000000001 - 1,0000000001^2)(2,0000000002 - 1,0000000001^2)}$$

Compétences travaillées :

- **Maîtrise des techniques opératoires ;**

- **L'intelligence du calcul (stratégie de choix des calculs à effectuer pour atteindre le signe ; utilisation d'un ordre de grandeur pour conclure, ...)**

Autre possibilité :

$$A = \frac{2,0000000001}{2,0000000001 - (1,0000000001)^2} \quad \text{ou} \quad B = \frac{2,0000000002}{2,0000000002 - (1,0000000001)^2}$$

Plutôt que de comparer A et B , on peut comparer leurs inverses.

$$\frac{1}{A} = \frac{2,0000000001 - 1,0000000001^2}{2,0000000001} \quad \text{et} \quad \frac{1}{B} = \frac{2,0000000002 - 1,0000000001^2}{2,0000000002}$$

Une première méthode pour comparer les inverses :

Chercher le signe de leur différence (qui pose en fait moins de problème que la précédente)

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{2,0000000002 \times (2,0000000001 - 1,0000000001^2) - 2,0000000001 \times (2,0000000002 - 1,0000000001^2)}{2,0000000001 \times 2,0000000002}$$

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{-0,0000000001 \times 1,0000000001^2}{2,0000000001 \times 2,0000000002}$$

On obtient $\frac{1}{A} - \frac{1}{B} < 0$, d'où $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ et, puisque A et B sont strictement positifs, $A > B$.

Une autre méthode qui consiste à mieux anticiper la forme des deux inverses

$$\frac{1}{A} = \frac{2,0000000001 - 1,0000000001^2}{2,0000000001} \quad \text{et} \quad \frac{1}{B} = \frac{2,0000000002 - 1,0000000001^2}{2,0000000002}$$

On utilise le fait que les deux formes se ressemblent à un nombre près qui apparaît deux fois

On isole ce nombre en écrivant : $\frac{1}{A} = 1 - \frac{1,0000000001^2}{2,0000000001}$ et $\frac{1}{B} = 1 - \frac{1,0000000001^2}{2,0000000002}$.

On peut alors demander aux élèves d'aboutir en recherchant le signe de la différence :

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{1,0000000001^2}{2,0000000002} - \frac{1,0000000001^2}{2,0000000001} \quad (\text{et en pensant à factoriser ...})$$

Une dernière méthode ... intéressante à développer car elle permet de mettre en œuvre les règles sur les inégalités et aussi de travailler l'enchaînement des fonctions.

$$\frac{1}{A} = 1 - \frac{1,0000000001^2}{2,0000000001} \quad \text{et} \quad \frac{1}{B} = 1 - \frac{1,0000000001^2}{2,0000000002}$$

On a : $2,0000000001 < 2,0000000002$.

On obtient alors successivement

$$\frac{1}{2,0000000001} > \frac{1}{2,0000000002}$$

$$-\frac{1,0000000001^2}{2,0000000001} < -\frac{1,0000000001^2}{2,0000000002}$$

$$1 - \frac{1,0000000001^2}{2,0000000001} < 1 - \frac{1,0000000001^2}{2,0000000002}$$

D'où $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ et, finalement, $A > B$.

On applique la fonction inverse ...

On multiplie chaque membre par un nombre strictement négatif

On ajoute 1 à chaque membre

De nouveau la fonction inverse...

Réinvestissement ...

Exercice : Les nombres $\sqrt{1,00000001}$ et $1,000000005$ sont-ils égaux ? Si oui, démontrez-le. Sinon, déterminez lequel est le plus grand.

PLUS GRAND NOMBRE – FICHE ELEVES

✘ Énoncé

Parmi les deux nombres suivants, lequel est le plus grand :

$$A = \frac{2,0000000001}{2,0000000001 - (1,0000000001)^2} \quad \text{ou} \quad B = \frac{2,0000000002}{2,0000000002 - (1,0000000001)^2} ?$$