# Les probabilités au cycle 4

## I/ Introduction :

Ce document est un résumé non exhaustif de nombreuses propositions de collègues de l'académie d'Orléans Tours ainsi que d'autres académies : un grand merci à tous !

## II/ Pourquoi étudier l'aléatoire au collège ?

Les statistiques sont omniprésentes dans le monde d'aujourd'hui :

- Dans notre langage : moyenne, estimation, sondage…
- Dans les médias : utilisation en abondance des techniques de représentation des statistiques (graphes, histogrammes, camemberts…)
- Dans les sphères décisionnelles : prendre ou justifier une décision sur les statistiques.
- Dans l'industrie : autorisations de mise sur le marché pharmaceutiques par exemple…
- Dans le domaine scientifique : les phénomènes entachés d'incertitude amènent à ne plus raisonner systématiquement selon une conception exclusivement déterministe.
- Dans le quotidien : on tente sa chance au jeu de hasard…
- …

On mesure dès lors le problème que représente, pour l'individu comme pour la société démocratique, une maîtrise insuffisante d'éléments de base statistique :

- du côté des individus : n'avoir aucune prise sur leur environnement, faute d'en appréhender la réalité et les évolutions livrées sous forme statistique ;
- du côté des décideurs : par ignorance ou malveillance, donner une lecture erronée de statistiques, et éventuellement manipuler les citoyens ;

du côté des statisticiens, du fait de l'absence de culture probabiliste de leur lectorat ou de leur auditoire : être contraints de gommer les difficultés inhérentes à toute interprétation statistique.

**Si l'on observe ensuite, que dans les choses mêmes qui ne peuvent être soumises au calcul, elle [la théorie des probabilités] donne les aperçus les plus sûrs qui puissent nous guider dans nos jugements, et qu'elle apprend à se garantir des illusions qui souvent nous égarent; on verra qu'il n'est point de science plus digne de nos méditations, et qu'il soit plus utile de faire entre dans le système de l'instruction publique.**

Pierre-Simon de Laplace, Essai philosophique sur les probabilités, Bachelier, Paris, 1825 (5e édition), p. 276.

## III/ Le programme du cycle 4.

Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples. Calculer des probabilités dans des cas simples. » Notion de probabilité. » Quelques propriétés : la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'évènements certains, impossibles, incompatibles, contraires. Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves). Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage). Calculer des probabilités dans un contexte simple (par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie).

## IV/ Comment débuter avec les probabilités au cycle 4 ?

Il est possible d'aborder cette notion par l'intermédiaire de quelques questionnaires de départ pour connaître les représentations des élèves dans ce domaine.

Voici une liste d'événements. Pour chacun d'eux préciser s'il vous semble « certain », « fort probable», « peu probable», « impossible»

| **événements** | **Votre avis : cet événement est …..** |
|---|---|
| 1) Cet été, à Tours, on dépassera les 20°. | |
| 2) Demain, il fera – 40°C à Tours. | |
| 3) Ce soir, à Tours, le soleil se couchera, et il fera nuit . | |
| 4) Si je joue au loto la semaine prochaine, j'aurai 3 bons numéros . | |
| 5) Demain, le ciel va nous tomber sur la tête. | |

**QUESTIONNAIRE A**

1. Anne et Pierre décident d'acheter un billet à la loterie. Anne dit « Donnez-moi un billet qui termine par 3 ». Pierre dit : « Ce serait mieux qu'il se termine par 9 ». Le quel des deux a raison ? Pourquoi ? Peut-on prévoir à l'avance par quel chiffe se terminera le numéro gagnant le gros lot ?

2. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer : pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?

3. Au péage d'une autoroute, un employé note le 1er chiffre de la plaque de toutes les voitures françaises qui passent (par exemple, pour le numéro 758 TB 88, il note 7). Il a fait cela pendant plus de trois heures, et possède énormément de données. Peut-il prévoir quel sera le 1er chiffre du numéro de la prochaine voiture qui passera ? Pourquoi ?

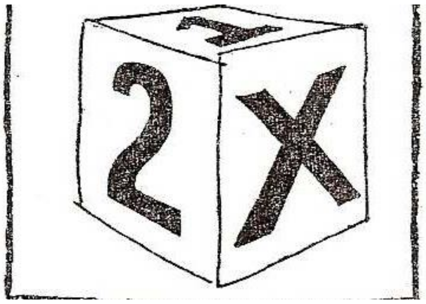
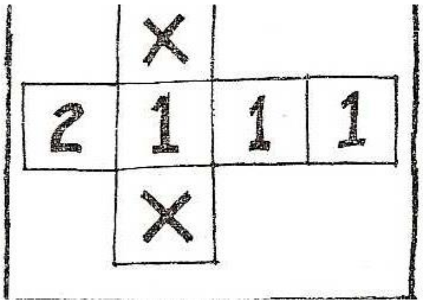
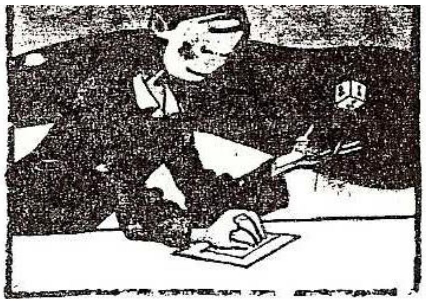
4. Céline et Paul jouent aux dés, chacun avec son dé. Mais Paul est un peu tricheur, et a échangé son dé avec un autre qui n'a que des 6 sur toutes les faces. Quand Céline lance son dé, peut-on prévoir quel numéro sortira ? Et quand Paul lance le sien ? Pourquoi ?

**QUESTIONNAIRE B**

1. En lançant une pièce, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : PILE ou FACE ? Pourquoi ?

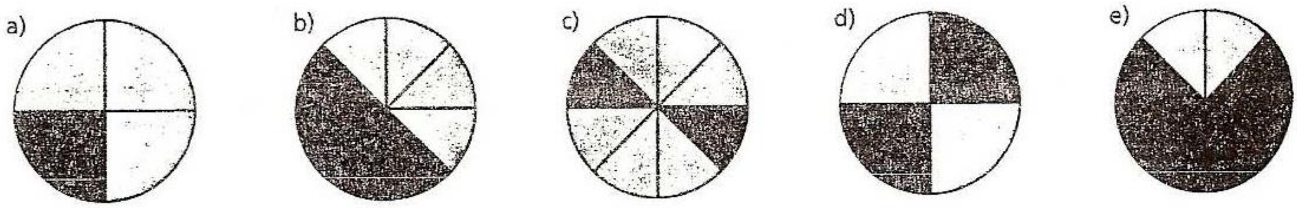
2. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : un **2** ou un **6** ? Pourquoi ?

3. On a fabriqué un dé spécial pour faire des paris. Il a trois faces avec un **1**, deux faces avec un **X**, et une face avec un **2**. Si on le lance, qu'est-ce qui sera le plus facile à obtenir ? Et qu'est-ce qui sera le moins facile ? Pourquoi ?

**Questionnaire C**

Observe les roulettes suivantes : dans lesquelles d'entre elles le rouge et le vert ont la même probabilité de sortir ?




## V / comment introduire la nécessité d'utiliser des arbres ?

***Citation de M. Attali (doyen des inspecteurs généraux) :***

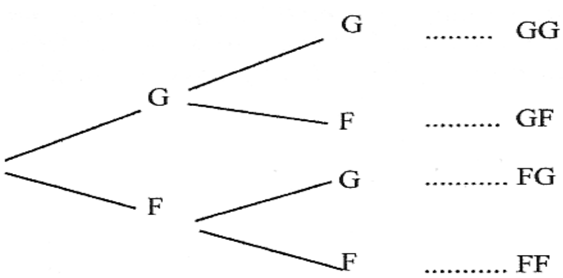
*" concernant les arbres, leur utilisation comme outil de démonstration signifie que dans la résolution d'un problème, l'écriture à bon escient d'un arbre pondéré accompagné du calcul explicite de la probabilité constitue à elle seule la rédaction d'une justification obtenue ".*

**Exemple1**

**Considérons d'abord une personne qui désire avoir 2 enfants.**

Quelles sont ses chances de n'avoir que des filles ?
Pour décrire toutes les possibilités, on utilise "l'arbre" , représenté ci-dessous:

**1$^{er}$ enfant** **2$^{e}$ enfant** **famille :**




A l'aide de l'arbre, réponds aux questions suivantes :

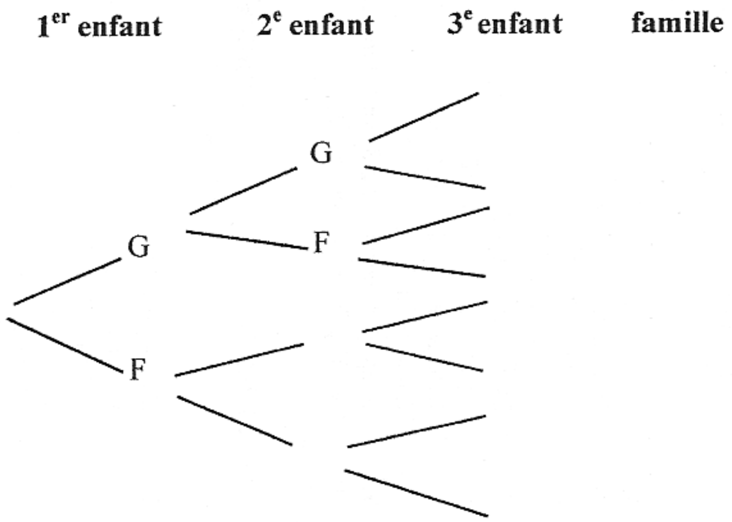
- Combien y a-t-il de "branches" à l'arbre, c'est-à-dire de compositions différentes pour une famille de deux enfants ?
- Combien y a-t-il de "branches" donnant deux filles ?
- Il y a donc ... chance sur .... de n'obtenir que des filles. On dit aussi que la **probabilité** d'obtenir deux filles est de $\frac{\ldots}{\ldots}$.

Quelle est la probabilité d'obtenir un garçon et une fille ? $\frac{\ldots}{\ldots}$

**Exemple 2**

**Tu vas faire maintenant le même travail pour une famille de trois enfants**

Complète l'arbre, puis décris toutes les familles possibles. Combien y en a-t-il ?




- Combien y a-t-il de "branches" correspondant à une famille de trois filles ?

Il y a donc .... chance sur ..... d'obtenir trois filles.

La **probabilité** d'obtenir trois filles est de $\frac{\dots}{\dots}$.

- Repasse en rouge sur l'arbre toutes les "branches" correspondant à des familles de deux garçons et une fille. Combien y en a-t-il ?

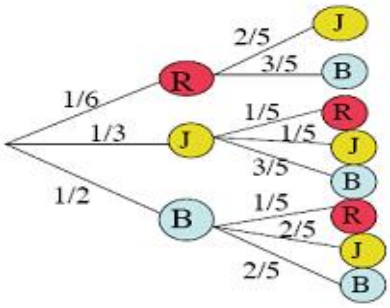
Quelle est la probabilité d'obtenir deux garçons et une fille ? $\frac{\dots}{\dots}$

**Exemple 3**

On peut traiter avec ces représentations en arbres les questions relatives à deux tirages successifs dans une urne, avec remise ou sans remise.
Urne avec 3 boules Bleues, 2 boules Jaunes, 1 boule Rouge
Probabilité d'obtenir deux boules de la même couleur.

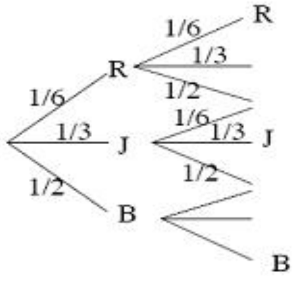
Tirages sans remise

P(E) = 1/3 . 1/5 + 1/2 . 2/5 = 4/15
≈ 27%




Tirages avec remise

P(E) = 1/6 . 1/6 + 1/3 . 1/3 + 1/2 . 1/2 = 7/18
≈ 39 %



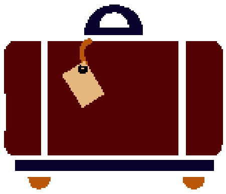

13

Enfin un exemple au collège d'utilisation de la multiplication des quotients….

**Exemple 4 :**

QU'EST CE QUE JE VAIS METTRE AUJOURD'HUI ?

Arthur a mis dans sa valise :



| **trois pantalons :** | **quatre tee-shirts :** | **deux paires de tennis :** |
|---|---|---|
| un rouge<br>un vert<br>un bleu | un rouge<br>un bleu<br>un jaune<br>un vert | une verte<br>une bleue |

S'il choisit **au hasard** dans sa valise un pantalon, un tee-shirt et une paire de tennis, combien de tenues différentes a-t-il à sa disposition ?

Questions possibles ? (parmi d'autres…)
Quelle est la probabilité pour qu'Arthur soit habillé d'une même couleur ? de trois couleurs ? avec un pantalon bleu ?

## VI/ La loi faible des grands nombres au collège :

En statistiques, la **loi des grands nombres** indique que lorsque l'on fait un tirage aléatoire dans une série de grande taille, plus on augmente la taille de l'échantillon, plus les caractéristiques statistiques de l'échantillon se rapprochent des caractéristiques statistiques de la population.

**Exemple 1 : Pile ou face, jeu de simple tirage.**
**Partie 1 :**
On pose aux élèves la question suivante
« Je lance une pièce de monnaie. Quelles questions peut-on se poser à partir de cette situation ? »

**Partie 2 :**
Voici une expérience, et des événements liés à cette expérience .

Pour chacun de ces événements, préciser s'il vous semble «certain», « fort probable», « peu probable», « impossible». L'expérience est : **le lancer d'une pièce de monnaie.**

| **Evénements liés à cette expérience** | **Votre avis : cet événement est …..** |
|---|---|
| 1) La pièce va retomber. | |
| 2) Lancer 10 fois la pièce, et avoir autant de « Pile » que de « Face ». | |
| 3) Lancer 10 fois la pièce, et n'avoir que des « Pile ». (ou que des « Face ») | |
| 4) Lancer 10 fois la pièce, et n'avoir ni « Pile » ni « Face ». | |
| 5) Lancer 10 fois la pièce, et avoir au moins une fois « Pile ». | |

**Partie 3 :**

1) Lancer 10 fois la pièce de monnaie et noter le nombre de « Pile » et le nombre de « Face » obtenus. Aller reporter vos résultats sur le tableau récapitulatif.
2) Calculer la fréquence d'apparition du « Pile » et celle du « Face » pour <u>votre</u> expérience.

Prénom et Nom :

| Série | N°1 | N°2 | N°3 | N°4 | N°5 | N°6 | N°7 | N°8 | N°9 | N°10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pile | | | | | | | | | | |
| Face | | | | | | | | | | |

**<u>Fiche d'accompagnement :</u>**

**Partie 1 et 2 :**

Faire un état des lieux des « croyances » des élèves. Parler d'« expérience » .
Les élèves sont bien convaincus qu'on a autant de chances d'obtenir « pile » que « Face », c'est à dire 1 chance sur 2. Il faudra préciser ce que ça veut dire.
On attend une discussion sur le nombre de fois où on obtient « Pile» sur 10 lancers.
On peut passer à l'expérimentation :

**Partie 3 : expérimentation :**

1) Chaque élève a une pièce de monnaie et doit la lancer 10 fois, en notant le nombre de « Pile» et de « Face ». on reporte ces résultats dans un tableau sur une feuille de calcul d'un tableur vidéo projeté. ( ou au tableau ou sur une affiche ), de façon que tout le monde voit les résultats de tout le monde.
Retour sur le questionnaire :

*Question 2) Lancer 10 fois la pièce, et avoir autant de « Pile » que de « Face »*. On devrait constater que cet événement pourtant attendu ne se produit que rarement.

*Question 3) Lancer 10 fois la pièce, et n'avoir que des « Pile »*. Peut–être que cet événement se sera produit.

*Question 5) Lancer 10 fois la pièce, et avoir au moins une fois « Pile ».* Peut–être qu'un contre-exemple invalidera la réponse : « certain »

2) Le calcul des fréquences est facile ici, avec 10 lancers. Ces fréquences peuvent être données sous la forme décimale ou sous la forme d'un pourcentage. Les élèves remarqueront que cette fréquence n'est pas souvent égale à 50 %, qui est pourtant la valeur attendue.
au cours de la discussion, devrait apparaître la nécessité de faire davantage de lancers. Combien ?
On se mettra d'accord pour faire chacun 10 autres séries de 10 lancers. Chacun aura alors 100 lancers. On peut observer les nouveaux pourcentages (toujours avec un report sur un tableau collectif.)
Puis, même si les pièces ne sont pas les mêmes, on peut penser qu'elles se « comportent » de la même façon, et se permettre de mutualiser les résultats des élèves de la classe, ce qui fera un nombre de lancers égal à 100 × nombre d'élèves de la classe. Nouveaux calculs de pourcentages sur les lancers cumulés (calcul avec le tableur, et représentation graphique), qui devrait se rapprocher de la valeur théorique de 50%. (calcul avec le tableur, et représentation graphique).

<u>La simulation au tableur :</u>

D2 | =SOMME($B$2:B2)

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Lancers | Résultats | Pile ou face | Nombre de face | % de face |
| 2 | 1 | 1 | face | 1 | 100 |

C2 | =SI(B1=1;"pile";"face")

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Lancers | Résultats | Pile ou face | Nombre de face | % de face |
| 2 | 1 | 1 | face | 1 | 100 |
| 3 | 2 | 0 | pile | 1 | 50 |

<u>Un exemple de cours à la suite de ce travail :</u>

## Probabilités

Une expérience est dite **aléatoire** (du latin « **alea** » qui signifie « dé », « jeu de dé » , « hasard » ou « jeu de hasard » suivant le contexte) si elle vérifie 2 conditions :

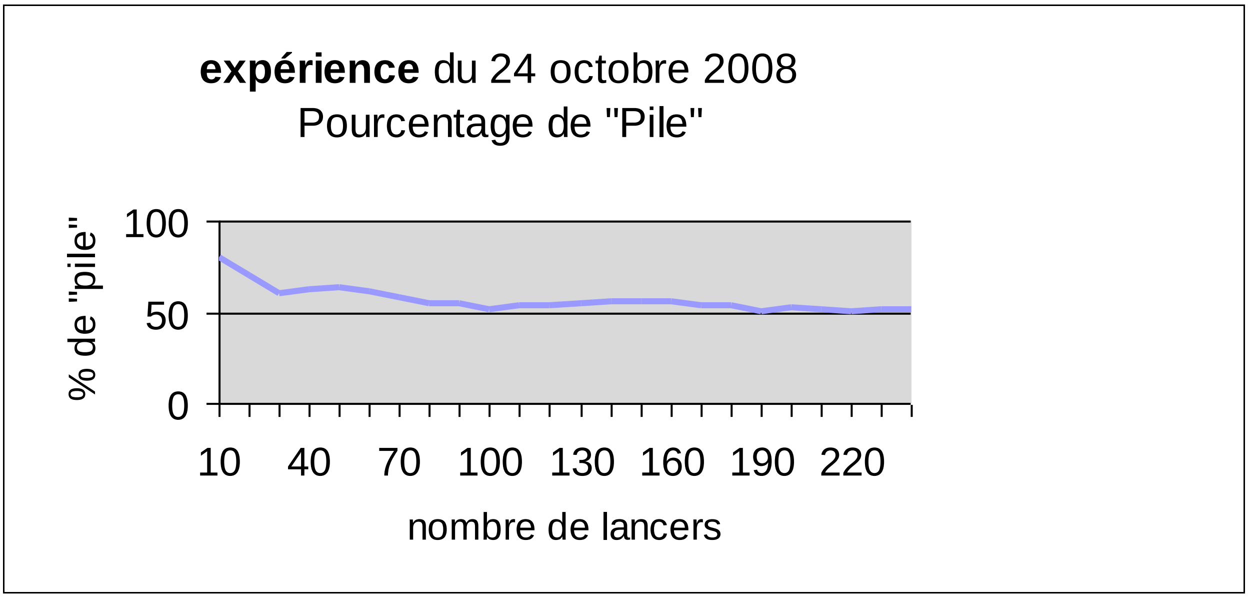
1. Elle conduit à des résultats possibles (des **<u>événements</u>**) qu'on est parfaitement capable de nommer.
2. On ne sait pas lequel de ces résultats va se produire quand on réalise l'expérience.

## I : Exemple du lancer de pièce : Pile ou face ?

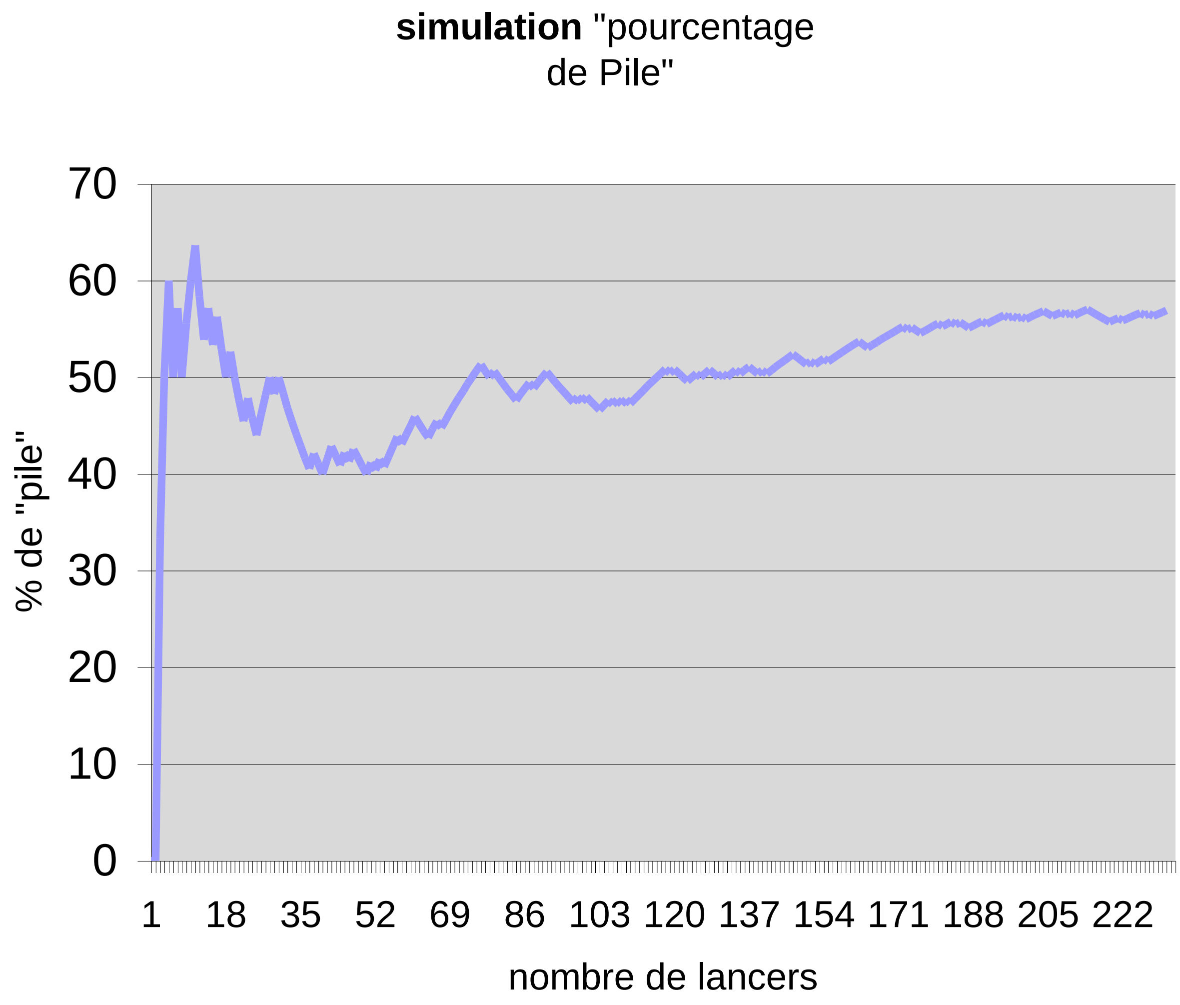
Lorsqu'on lance une pièce non truquée, 2 événements sont possibles : « obtenir Pile » ou « obtenir face ».

**<u>Intuitivement,</u>** (ou par un **<u>calcul</u>** évident), on sait que les « *chances* » d'obtenir « pile » ou « face » sont équivalentes (on dira que les deux **<u>événements</u>** : « obtenir Pile » et « obtenir Face » sont équiprobables) ; on a donc 1 chance sur 2 d'obtenir « Pile », on dira que la « **<u>probabilité</u>** » d'obtenir « pile » de $\frac{1}{2}$.

- *Nous avons vérifié* ***<u>expérimentalement</u>*** *cette probabilité, en lançant une pièce 10 fois chacun.*



- *Puis en utilisant <u>une **modélisation** avec un **tableur**</u> .*




La proportion de « Pile », d'abord très changeante (fluctuante), <u>se stabilise</u>, après un grand nombre de lancers, autour de 50% (ou 0,5 ou $\frac{1}{2}$) .

On retrouve ainsi la « probabilité », intuitive ou calculée, d'obtenir « Pile » , qui est de 50% (ou 0,5 ou $\frac{1}{2}$) .

<u>**Remarque**</u> :

Selon les différents exemples étudiés, il pourra être possible, ou pas, de <u>**prévoir**</u> intuitivement, ou de <u>**calculer**</u> la probabilité d'un événement. Parfois, <u>**seule l'expérimentation**</u> pourra nous permettre de « trouver » cette probabilité.

<u>**Exemple 2 : jeu de croix ou pile, jeu de double tirage.**</u>

<u>Objectifs :</u>

- faire vivre une démarche scientifique en cours de troisième
- approche fréquentielle des probabilités par un jeu à double tirage

<u>Règle du jeu :</u>

Je joue à pile ou face en deux coups :
- au premier coup, si je tire pile je gagne, sinon je rejoue.
- au deuxième coup, si je tire pile je gagne, sinon je perds.

Questions :
Le questionnement doit émerger de la classe. Lancer le débat par des questions neutres :
« Que pensez-vous de ce jeu ? », « Si c'est un jeu d'argent, y joueriez-vous? »…
Les conjectures attendues peuvent être :
- on ne peut pas savoir : c'est le hasard.
- c'est moitié-moitié, une chance sur deux (équiprobabilité pile ou face sur un jet) (9 élèves sur 23)
- plus de chances de gagner : on peut gagner au 1er jet, mais pas perdre.
- deux chances sur trois de gagner. (6 élèves sur 23)
- trois chances sur quatre de gagner. (7 élèves sur 23)

A priori, les élèves n'ont pas les moyens mathématiques de démontrer ou d'invalider leurs conjectures. Eventuellement, un arbre peut surgir, mais il sera difficile à l'élève seul de l'utiliser pour convaincre ses camarades.

Leur proposer de mettre en place un protocole d'expérimentation pour éprouver les conjectures. Il ne s'agit pas seulement de lancer des pièces et de jouer, mais de vérifier que les lancers font bien tourner la pièce et que les règles du jeu sont appliquées. L'idéal serait que les élèves proposent une démarche du type : un élève lance, un deuxième annonce le jeu (gagné, rejoue ou perdu) et un troisième fait le décompte des parties gagnées ou perdues.

On fait ainsi 8 à 10 groupes. Avec une cinquantaine de parties chacun, on doit obtenir des résultats significatifs.

Le professeur collecte les résultats au tableur, vidéo projeté, et les élèves peuvent voir les résultats convergés.

On peut prolonger l'activité en proposant aux élèves de simuler sur tableur, ce jeu de pile ou face grâce à la fonction ALEA(), qui renvoie aléatoirement un nombre compris entre 0 et 1.
Fichier joint
Trace écrite des élèves (pour des raisons évidentes, il est difficile de distribuer au préalable un document à remplir ou compléter) :
- les règles du jeu
- les conjectures
- le tableau complété des résultats cumulés
- les réponses aux conjectures

| | Parties gagnées | % parties gagnées | Résultats cumulés |
|---|---|---|---|
| Equipe 1 | | | |
| Equipe 2 | | | |
| Equipe 3 | | | |
| Equipe 4 | | | |
| Equipe 5 | | | |
| Equipe 6 | | | |
| Equipe 7 | | | |
| Equipe 8 | | | |
| Equipe 9 | | | |
| Equipe 10 | | | |

La simulation au tableur :

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | 1er lancer | | 2e lancer | Nombre de parties jouées | Nombres de parties gagnées | Pourcentage de parties gagnées |
| 2 | Partie 1 | =ALEA() | =ENT(2*B2) | =(1-C2)*ALEA() | =ENT(2*D2) | 1 | =C2+E2 | =100*G2/F2 |
| 3 | Partie 2 | =ALEA() | =ENT(2*B3) | =(1-C3)*ALEA() | =ENT(2*D3) | =F2+1 | =C3+E3+G2 | =100*G3/F3 |
| 4 | … | =ALEA() | =ENT(2*B4) | =(1-C4)*ALEA() | =ENT(2*D4) | =F3+1 | =C4+E4+G3 | =100*G4/F4 |
| 5 | | =ALEA() | =ENT(2*B5) | =(1-C5)*ALEA() | =ENT(2*D5) | =F4+1 | =C5+E5+G4 | =100*G5/F5 |

Conclusion :

La bonne conjecture semble être 3 chances sur 4 de gagner.

Une tentative de justification :

1$^{er}$ jet : P ( G : ½ )
F (½) 2$^{ème}$ jet : P (G : ½ du 2$^{ème}$ jet)
F (P : ½ du 2$^{ème}$ jet)

Proportion de parties gagnées = ½ au 1$^{er}$ jet + ½ au 2$^{ème}$ jet = ½ + ½*1/2 = ½ + ¼ = ¾

**Exemple 3 : somme de dés (une variante de l'exemple 2).**
L'énoncé de l'exercice :
Accepteriez-vous de jouer avec quelqu'un qui vous proposerait le jeu suivant ?
« Je parie 5 euros qu'en lançant deux dés bien équilibrés et en additionnant les valeurs obtenues sur la face supérieure de chacun des dés, cette somme sera au moins égale à 7 ».

Objectifs :
- Faire vivre une démarche scientifique en cours de troisième
- Approche fréquentielle des probabilités par un jeu.

Règle du jeu et déroulement de l'activité :
Une fois le texte donné aux élèves, le professeur leur demande si effectivement, ils seraient prêts à jouer à ce jeu.
Les élèves vont donc être amener à formuler des conjectures et à leur niveau il est intéressant de leur proposer un protocole expérimental afin de tester ces conjectures.

Les élèves sont par groupe de deux.
Un des deux effectue les lancers et l'autre compte le nombre de lancers et les sommes plus grandes ou égales à 7.
Chaque binôme effectue 50 tirages et calcule la fréquence d'apparition de l'évènement « la somme des deux dés est supérieure ou égale à 7 ».

Le professeur consigne les résultats de la classe dans le tableau suivant :

| | Nombre des lancers supérieurs ou égaux à 7 | Fréquence des lancers supérieurs ou égaux à 7 |
|---|---|---|
| Binôme n°… | | |
| … | | |
| Binôme n°… | | |
| Total | | |

Dans une classe de 26 élèves, on obtient ainsi 13 groupes donc un total de 650 lancers ce qui permet d'obtenir un résultat significatif.

Une fois le tableau rempli, un bilan est élaboré avec la classe.

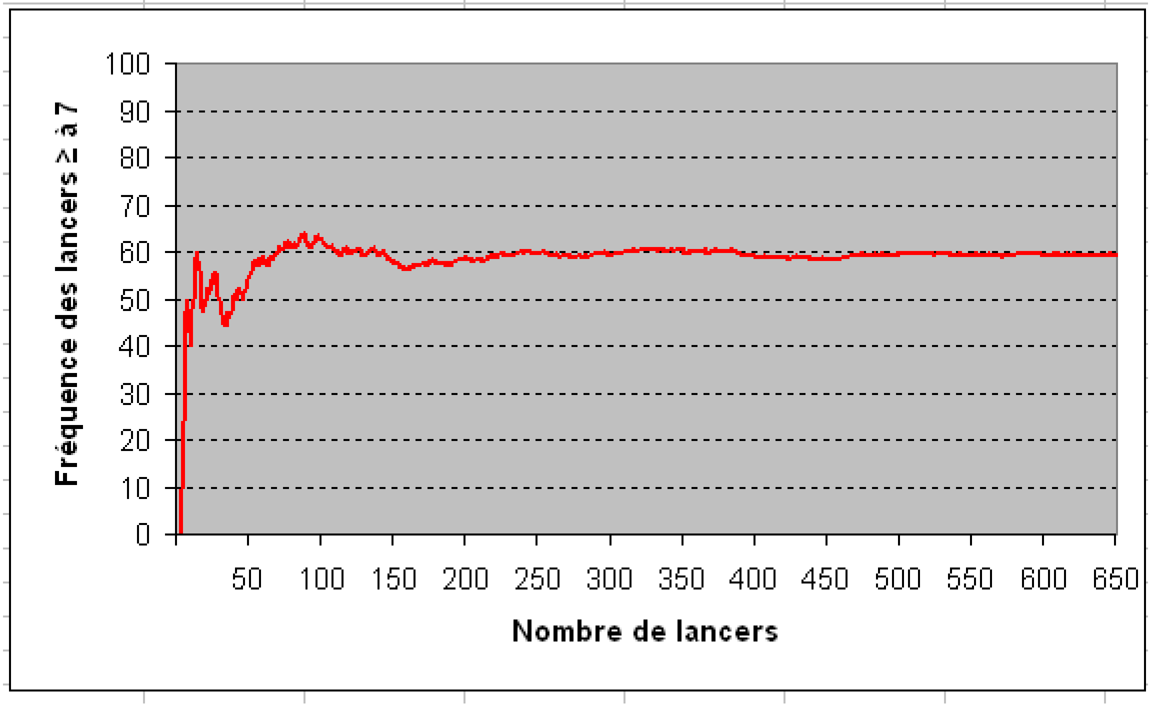
Il parait utile d'augmenter la taille de l'échantillonnage en utilisant un tableur. (cf  fichier 7)

<u>Quelques remarques au sujet des résultats obtenus par le tableur :</u>
Ici on est presque dans une analyse de fluctuation d'échantillonnage (programme de seconde). L'usage du tableur est ici fondamental car cela permet de faire un grand nombre d'essais et ainsi parvenir à la valeur théorique qui est 21/36.
Il y a 36 possibilités avec deux dés et (1+2+3+4+5+6) possibilités d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 7.
Proba d'obtenir 12 : 1/36 (une seule possibilité : 6+6)
Proba d'obtenir 11 : 2/36 (deux possibilités : 5+6 et 6+5)
Proba d'obtenir 10 : 3/36 (trois possibilités : 4+6, 5+5 et 6+4)
Proba d'obtenir 9 : 4/36
Proba d'obtenir 8 : 5/36
Proba d'obtenir 7 : 6/36
(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)/36 = 21/36 ce qui donne environ une fréquence de 0,58333

<u>La simulation au tableur :</u>

C2 = =ENT(1+6*ALEA())

| | B | C | D | F | G |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1er dé | 2nd dé | Somme obtenue | Nombres de sommes | Fréquence |
| 2 | 2 | 3 | 5 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 1 | 3 | 0 | 0 |




**<u>Exemple 4 : Plomberie, pas de calcul possible.</u>**
**Compte-rendu :**

Une démarche toute simple pour ce premier travail autour des probabilités :

<u>Question de départ :</u> «  à votre avis, si je fais tomber ce truc par terre, est-ce qu'il tombe plutôt d'un côté que de l'autre ? »

- Conjectures a priori des élèves

| Pointe | Rond | 50/50 | Classes |
|---|---|---|---|
| 8 | 4 | 1 | **3C** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 12 | 5 | **5B** |

**Arguments :**

| | |
|---|---|
| Centre de gravité | Pointe |
| Même surface | 50/50 |
| Rond plus stable | Rond |

- définition d'un protocole d'expérimentation (lâcher debout dans le préau, le bras en l'air, rebond sur le sol et stabilisation soit sur la « pointe » soit sur le « rond », 100 lancers par groupe de trois, un qui note, un qui lance, un qui contrôle le protocole)

**Sur la « pointe »**

**Sur le « rond »**

- Expérimentation par groupe de trois (les 5$^{e}$ ont participé un jour de championnat unss)
- Collecte et cumul des résultats au tableur (uniquement avec les troisièmes):

| | Pointe | Rond | Total | Effectifs "lancers" cumulés | Effectifs "pointe" cumulés | Fréquences "pointe"cumulées |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Groupe 1** | 61 | 39 | 100 | 100 | 61 | 61,0 |
| **Groupe 2** | 57 | 43 | 100 | 200 | 118 | 59,0 |
| **Groupe 3** | 51 | 49 | 100 | 300 | 169 | 56,3 |
| **Groupe 4** | 57 | 43 | 100 | 400 | 226 | 56,5 |
| **Groupe 5** | 58 | 42 | 100 | 500 | 284 | 56,8 |
| **Groupe 6** | 25 | 25 | 50 | 550 | 309 | 56,2 |
| **Groupe 7** | 51 | 49 | 100 | 650 | 360 | 55,4 |
| **Groupe 8** | 51 | 49 | 100 | 750 | 411 | 54,8 |
| **Groupe 9** | 54 | 46 | 100 | 850 | 465 | 54,7 |
| **Groupe 10** | 55 | 45 | 100 | 950 | 520 | 54,7 |
| **Groupe 11** | 60 | 40 | 100 | 1050 | 580 | 55,2 |
| **Groupe 12** | 58 | 42 | 100 | 1150 | 638 | 55,5 |
| **Groupe 13** | 60 | 40 | 100 | 1250 | 698 | 55,8 |
| **Groupe 14** | 51 | 49 | 100 | 1350 | 749 | 55,5 |

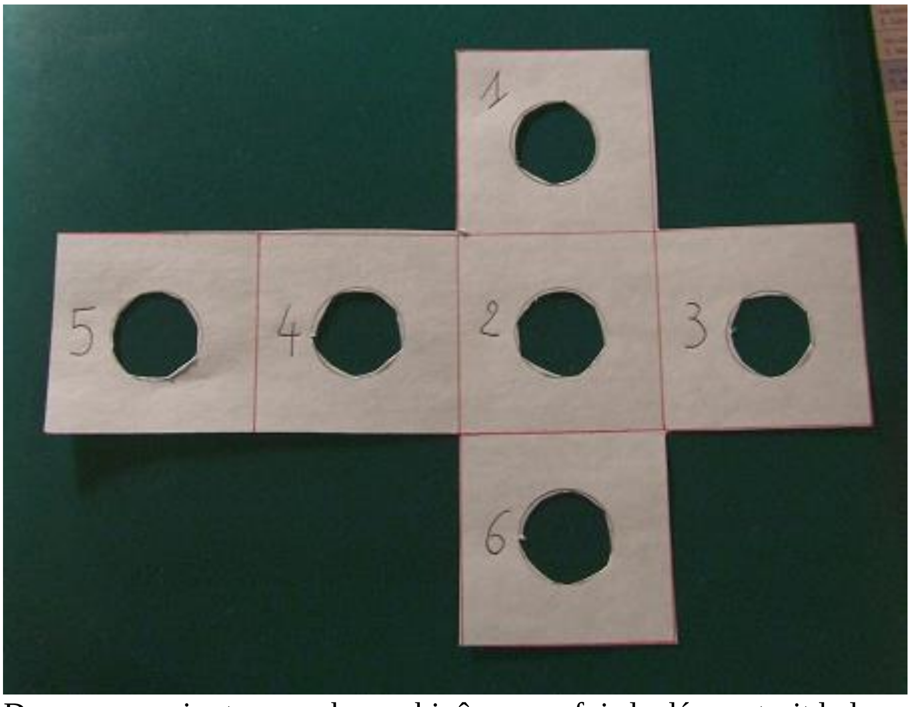
- Débat sur les résultats trouvés : les élèves confirment la conjecture, un tiers voient une convergence vers 55 %, un tiers vers « un peu plus » que 50 %, un tiers ne savent pas. Tous sont d'accord sur le fait que les résultats de chaque groupe confirment 50 % ou plus.

## Exemple 5 : le dé truqué (une variante de l'exemple 4).

Protocole :

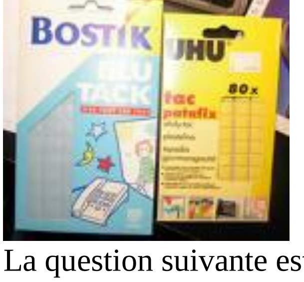
Etape 1 :

Chaque binôme doit construire un dé dont l'enseignant donne le patron.
Il s'agit d'un patron de cube où on a découpé un disque au centre de chaque face.
Chacune des faces est numéroté conformément à l'habitude de 1 à 6.




Dans un premier temps, chaque binôme une fois le dé construit le lance 50 fois et marque le numéro sorti (un qui marque et l'autre qui lance…).
Un premier bilan est effectué à la suite de ce travail afin de déterminer si il y a équiprobabilité.
L'équiprobabilité n'est pas certaine car elle dépend de la qualité de construction du dé.

<u>Etape 2 :</u>
Un second patron identique au premier est distribué à chaque binôme.
Chaque binôme reçoit aussi un peu de patafix.




La question suivante est alors posée aux élèves :
« Où placer la patafix pour qu'une fois le dé construit, la face comportement le 6 sorte plus souvent ? »
On remarque enfin pourquoi un disque a été découpé au centre de chaque face car sinon le résultat aurait été trop évident.

Il reste ensuite à chaque binôme à vérifier son travail par l'expérimentation.

Ici encore comme dans l'exemple 4, aucune démarche théorique n'est attendue.

**<u>Exemple 6 : les punaises (une autre variante des exemples 4 et 5).</u>**

**<u>Première partie (par groupe)</u>**

Voici trois objets en bois que nous allons lancer en l'air pour observer comment ils se stabilisent au sol une fois retombés.



Chaque objet peut tomber (voir ci-dessous) à plat ou, posé sur un bord et sur la pointe.


A votre avis, les 3 objets auront-ils le même comportement ?

(Ils tombent plus souvent à plat ou plus souvent sur le côté? Ou moitié moitié ?)

Pour améliorer vos observations, vous allez lancer les objets un grand nombre de fois.

Organiser un tableau qui vous permettra de comptabiliser facilement les lancers dans votre groupe.

| | **Objet 1** | **Objet 2** | **Objet 3** |
|---|---|---|---|
| Nombre de stabilisations à plat | | | |
| Nombre de stabilisations sur le côté | | | |
| Fréquence des stabilisations à plat | | | |
| Fréquence des stabilisations sur le côté | | | |

**<u>Deuxième partie : regroupement des informations de toute la classe.</u>**

Une fois ce travail terminé et <u>après vérification par le professeur</u>, une personne du groupe va compléter la page tableur vidéoprojetée.

L'objectif de cette activité est de fournir un premier contact avec l'aléatoire.

C'est aussi une occasion de réinvestir le calcul de fréquences.

L'idée de départ est le lancer de punaises que l'on doit à l'INRP (je crois). Les pièces en bois ont l'avantage de permettre des modifications de forme pouvant éventuellement influer sur le résultat.[Un prolongement pourrait-être: comment modifier la taille de la goupille pour avoir une probabilté de 0,7 de tomber sur le côté et 0,3 sur le plat ?]

Déroulement de l'activité

Chaque élève reçoit une pièce en bois de chaque forme (Au départ il y avait 4 formes différentes. Seules 3 ont été lancées par manque de temps. Il faut compter autour de 12 mn par lancer pour atteindre un nombre significatif).

Les élèves sont en groupe et organisent les lancers et le relevé des résultats.

Ils construisent chacun un tableau pour calculer les fréquences de chaque occurrence plat et côté pour chaque pièce.

En fin de lancer chaque groupe relève ses résultats dans un tableau collectif sur le tableur (vidéoprojeté).

Fin de l'heure

Les élèves reçoivent le tableau collectif. Travail à la maison:

Remplir les cases pour le caculs des occurrences totales ainsi que des fréquences. Essayer de trouver un possible lien entre la forme de chaque pièce et le résultat obtenu.

## VII/ Des exercices de manuels : morceaux choisis…

### Probabilité d'un évènement.

Exercice 1 :
Tom présente à ses amis un sac dans lequel se trouvent 50 bonbons dont 30 à la fraise, 15 à la menthe et 5 au citron. Dimitri n'aime que les bonbons à la menthe. Quelle est la probabilité qu'il soit satisfait s'il tire un bonbon sans regarder.

Exercice 2 :
Les faces d'un dé pipé sont numérotées de 1 à 6. On  lance le dé un très grand nombre de fois et on constate que la probabilité d'obtenir 6 est 0,5, les autres tirages ayant la même probabilité. Quelle est la probabilité d'obtenir chacune des autres faces ?

Exercice 3 :
Lors de l'élection des délégués, les cinq premiers bulletins dépouillés portent le nom de Tom. Peut-on en déduire qu'il sera qu'il sera élu à l'unanimité ?

Exercice 4 :
Dimitri a couvert tous ses cahiers de la même couleur. Il a 2 cahiers de maths, 1 de SVT, 3 en HG et 1 en musique. S'il prend un cahier au hasard le matin, quelle est la probabilité que ce soit un cahier de math ?

Exercice 5 :
On donne la répartition « filles-garçons » dans trois collèges :
Collège A : 57 % de filles.
Collège B : 360 garçons sur 750 élèves.
Collège C : 352 filles et 288 garçons.
Dans chacun des trois collèges, on croise un élève au hasard.
Quelle est la probabilité de croiser une fille ?

**Expérience à une épreuve :**

Exercice 1 :

On a placé 5 boules rouges, 3 boules bleues et 4 boules noires dans une urne.
Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ? Une boule noire ? de ne pas tirer une boule rouge ?

Exercice 2 :

Dans une urne, il y a 13 boules vertes, 3 boules jaunes, 7 boules rouges. Les autres boules sont bleues et il y a en tout 25 boules.
On tire au hasard une boule et on regarde sa couleur.
Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ? une boule rouge ? une boule verte ou rouge ?

Exercice 3 :

On utilise un jeu de 32 cartes. On tire une carte au hasard. Toutes les cartes ont la même chance d'être tirée.
Quelle est la probabilité d'avoir :
Un cœur ? un roi ? le 10 de cœur ? un as noir ? Une figure ?

Exercice 4 :

On dispose d'un dé à 12 faces numérotées de 1 à 12. On note le numéro sur lequel tombe le dé.
Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ? Un multiple de 4 ? Ne pas obtenir un multiple de 3 ?

**Expérience à deux épreuves.**

Exercice 1 :

Un tireur à l'arc touche sa cible une fois sur deux. Quelle est la probabilité qu'il touche la cible au moins une fois s'il tire deux fois ?

Exercice 2 :

On lance deux fois une même pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois piles ? Deux tirages différents ?

Exercice 3 :

Une urne contient 3 boules vertes et 1 boule rouge. Une autre urne contient 1 boule verte et 2 boules rouges.
On tire une boule dans la première urne, puis une seconde dans l'autre urne.
Quelle est la probabilité d'avoir :
La première boule verte et la seconde rouge ?
Les deux boules extraites de la même couleur ?
Au moins une des deux boules extraites rouge ?

Exercice 4 :

On suppose que, pour un couple, la probabilité d'avoir une fille ou un garçon est la même.
Un couple souhaite avoir deux enfants.
Quelle est la probabilité d'avoir :
Deux enfants du même sexe ?
Un garçon en premier ?
Au moins une fille ?