Deux exemples en classe de quatrième :

Une utilisation possible de la double distributivité …

Premier exemple :

Déterminer trois nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est 4802.

Ce problème a été testé pendant trois années consécutives dans des classes de 4°. Après un temps de recherche de 15 min, seulement 40 % des élèves parviennent au résultat par une méthode que l'on peut qualifier d'essais erreurs. Dans un second temps, les élèves qui ont trouvé la réponse doivent expliquer aux autres comment ils ont découvert le résultat et toutes les justifications reposent sur une argumentation du style : « j'essaie et j'affine mes recherches par comparaison avec 4802. » Ceci amène les élèves à éprouver la nécessité d'une une justification plus rigoureuse (c'est dans la « culture de la classe ») en utilisant le calcul littéral.

Dans un troisième temps, les élèves doivent traduire ce problème par une expression littérale, il y a donc trois possibilités, $x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2$; $(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2$; $(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2$, bien souvent seules les deux premières propositions apparaissent. Les élèves simplifient les expressions qu'ils ont trouvées et à ce stade de la scolarité ils ne peuvent résoudre le problème posé qu'avec la seconde expression (cela donne $3x^2 + 2$ que l'on a l'habitude de « remonter » en sous entendant un programme de calcul.)

Dans un dernier temps, une analyse du travail est faite avec les élèves afin de constater que l'on aurait pu éviter de développer les expressions en anticipant le fait que la présence d'une symétrie dans les calculs allait entraîner une expression littérale plus facile à remonter.

Deuxième exemple :

Trouver une méthode pour calculer mentalement : $10214 \times 10213 - 10212^2$.

Ce problème vient après le précédent, les élèves ont recours au calcul littéral, et ils constatent là aussi que trois expressions littérales sont possibles : $x(x-1) - (x-2)^2$; $(x-1)x - (x-1)^2$; $(x + 2)(x + 1) - x^2$. Après une phase de débat, la classe choisit l'expression $(x + 2)(x + 1) - x^2$ (avec $x = 10212$) comme étant la plus facile à simplifier.

Ces deux exemples n'ont pas pour but de justifier l'importance du calcul littéral car c'est un travail qui est fait depuis la classe de 5° mais ils insistent sur le fait que même si après beaucoup d'efforts la technique de simplification peut devenir routinière, il ne faut jamais perdre de vue qu'une analyse a priori de l'expression à simplifier facilite grandement la procédure de résolution du problème.

Philippe Arzoumanian