

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

BREVET DES MÉTIERS D'ART ÉBÉNISTE

Mathématiques et Sciences Appliquées

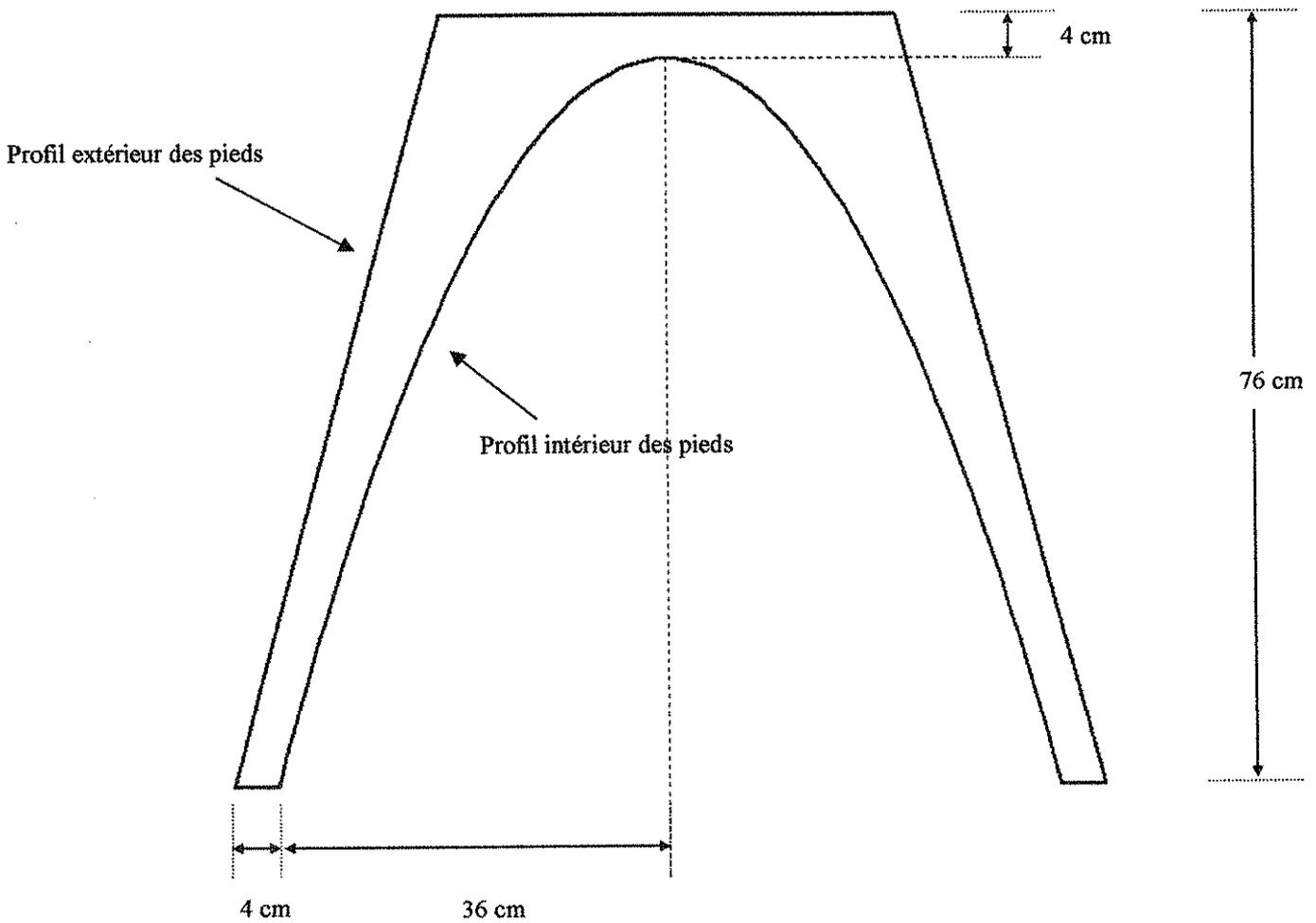
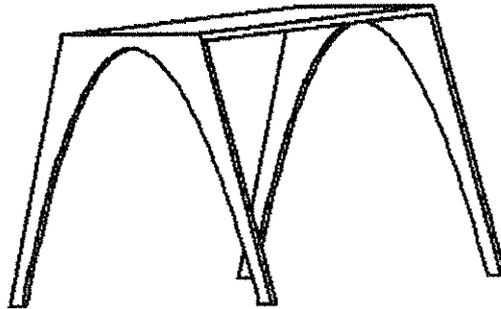
Session 2008

Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3h	1/9

MATHÉMATIQUES

Problème (18 points)

Un artisan reçoit commande d'une console dont on donne, ci-dessous, une vue en perspective ainsi qu'une vue de face des pieds.



Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste	Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées	
	Coefficient : 2	Durée : 3h
		2/9

PARTIE I (4 points): étude du profil intérieur des pieds

Le profil intérieur des pieds est parabolique. Il est donné par la courbe C_f représentant la fonction f définie sur l'intervalle $[-36 ; 36]$ par $f(x) = ax^2 + c$.

1. La courbe C_f passe par les points $A(0 ; 72)$ et $B(36 ; 0)$. Déterminer les valeurs de a et de c dans l'expression de $f(x)$. Arrondir les valeurs de a et de c à 10^{-3} .
2. On considèrera que la fonction f est définie par $f(x) = -\frac{1}{18}x^2 + 72$.

Compléter le tableau de valeurs situé en annexe 1.

3. Tracer la courbe C_f dans le repère fourni en annexe 1, sur l'intervalle $[-36 ; 36]$ en utilisant le tableau de valeurs de l'annexe 1 et en appliquant la symétrie de la courbe C_f par rapport à l'axe des ordonnées.

PARTIE II (4 points): étude du profil extérieur des pieds

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - a) Déterminer l'expression de $f'(x)$.
 - b) Calculer $f'(-36)$
 - c) En déduire le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point E d'abscisse -36
 - d) Tracer cette tangente sur le graphique de l'annexe 1.
2. On considère la droite (D) d'équation $y = 4x + b$.
 - a) Sachant que la droite (D) passe par le point $F(-40 ; 0)$, déterminer la valeur de la constante b .
 - b) Tracer la droite (D) sur le graphique de l'annexe 1.

Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3h	3/9

PARTIE III (5 points): tracer du profil des pieds et calcul de son aire

1. Placer les points suivants dans le repère de l'annexe 1:

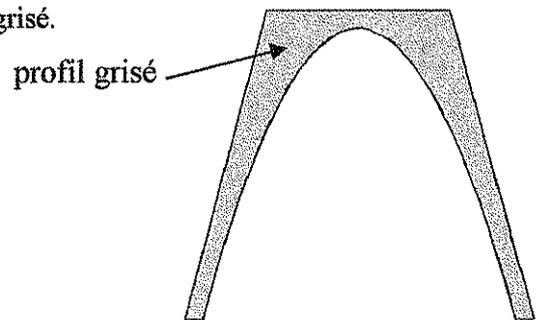
E(-36 ; 0) ; F(-40 ; 0) ; G(-21 ; 76) ; H(21 ; 76) et I(40 ; 0). Tracer le profil EFGHIB.

2. Calculer l'aire \mathcal{A}_1 du trapèze FGH I.

3. a) Montrer, par le calcul, que : $\int_{-36}^{36} \left(-\frac{1}{18}x^2 + 72\right).dx = 3\,456$.

b) En déduire l'aire \mathcal{A}_2 de la partie située sous le profil grisé.

4. Déduire des questions 2 et 3, l'aire \mathcal{A} du profil grisé.



PARTIE IV (5 points): calcul de l'angle \widehat{FGH}

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{GF} et \overrightarrow{GH} .

2. Calculer la norme des vecteurs \overrightarrow{GF} et \overrightarrow{GH} . Arrondir les résultats au centième.

3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{GF} \cdot \overrightarrow{GH}$.

4. Déduire des questions 2 et 3, la mesure de l'angle \widehat{FGH} arrondie au degré.

Exercice (6 points) : Étude de production.

Cet artisan désire faire une étude de production afin de faire fabriquer, en grande série, cette console. Pour cela, il fait établir une prévision de production.

La production annuelle en 2007 serait de 4 500 unités, puis augmenterait de 4% chaque année.

1) Calculer la production en 2008 et celle de 2009. Arrondir les résultats à l'unité.

2) On désigne par P_1 la production en 2007, P_2 en 2008, P_3 en 2009.

Les nombres P_1, P_2, P_3 sont les termes d'une suite géométrique. Préciser la raison de cette suite. Arrondir les résultats au centième.

3) La production P_n est donnée par : $P_n = 4500 \times 1,04^{(n-1)}$
Déterminer la production en 2012 arrondie à l'unité.

4) Déterminer la production totale S de 2007 à 2013 arrondie à l'unité.

5) En quelle année, la production dépassera-t-elle 10 000 unités ?

Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3h	4/9

SCIENCES PHYSIQUES

Problème (16 points)

Avant d'acheter un meuble ancien, il est parfois nécessaire de l'examiner pour déterminer si le meuble est un original ou une reproduction récente.

Parmi les techniques scientifiques qu'utilisent les experts pour déterminer si un meuble est un original ou un faux, il y a, entre autres, des méthodes optiques (loupe, microscope) et la spectrographie à infrarouge.

PARTIE I (9 points): examen à la loupe

Si le faussaire parvient à tromper l'œil de l'homme, il ne peut pas travailler d'une manière suffisamment parfaite et précise pour l'observateur muni d'une loupe.

Cette simple loupe peut être utile pour étudier la patine, les matériaux et techniques utilisés.

La loupe utilisée par l'expert est une lentille convergente L de centre optique O et de vergence 20 dioptries.

1. Calculer la distance focale f' de cette lentille.
2. Placer les foyers F et F' sur la figure de l'annexe 2 à rendre avec la copie (échelle 1).
3. Un objet AB de hauteur $h = 1,5$ cm est situé à 3 cm devant la lentille L.
 - a) Placer le point B.
 - b) Construire sur l'annexe 2 à l'échelle 1 l'image A'B' de l'objet AB donné par la lentille L.
 - c) L'image obtenue est-elle réelle ou virtuelle ? Droite ou renversée ?
 - d) Vérifier par le calcul la valeur de $\overline{OA'}$.
 - e) Calculer le grandissement correspondant et la taille A'B' de l'image.

PARTIE II (5 points): la loupe en détail

On considère le rayon lumineux (SI) arrivant sur une des faces en verre de la loupe. Une partie du rayon lumineux pénètre le verre (phénomène de la réfraction), l'autre partie est réfléchi par le verre comme sur un miroir (phénomène de réflexion). En général, la réflexion est faible par rapport à la pénétration ou réfraction (moins de 5 % de la lumière est réfléchi).

1. Marche du rayon réfracté :
 - a) Calculer la mesure de l'angle de réfraction du rayon pénétrant le verre. Arrondir le résultat au degré.
 - b) Tracer, sur l'annexe 2, le parcours de ce rayon.
2. Marche du rayon réfléchi :

Tracer d'une autre couleur, sur l'annexe 2, la marche de la partie réfléchi du rayon en I. Justifier votre réponse.

Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3h	5/9

PARTIE III (2 points): spectrographie à infrarouge

L'utilisation de la spectrographie à infrarouge pour le calcul de l'âge du bois est assez récente. La méthode consiste à exposer le bois à un rayonnement infrarouge. Les molécules présentes dans le bois absorbent les rayons infrarouges et transmettent en retour un rayonnement infrarouge dont le spectre de fréquence est analysé par l'expert.

Les rayons infrarouges émis par les molécules du bois ont des longueurs d'onde comprises entre $\lambda_1 = 2,5 \cdot 10^{-6}$ m et $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ m.

- 1) Déterminer, par le calcul, les fréquences ν_1 et ν_2 correspondantes.
- 2) En déduire un encadrement de la fréquence ν du rayonnement infrarouge transmis par les molécules du bois.

Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3h	6/9

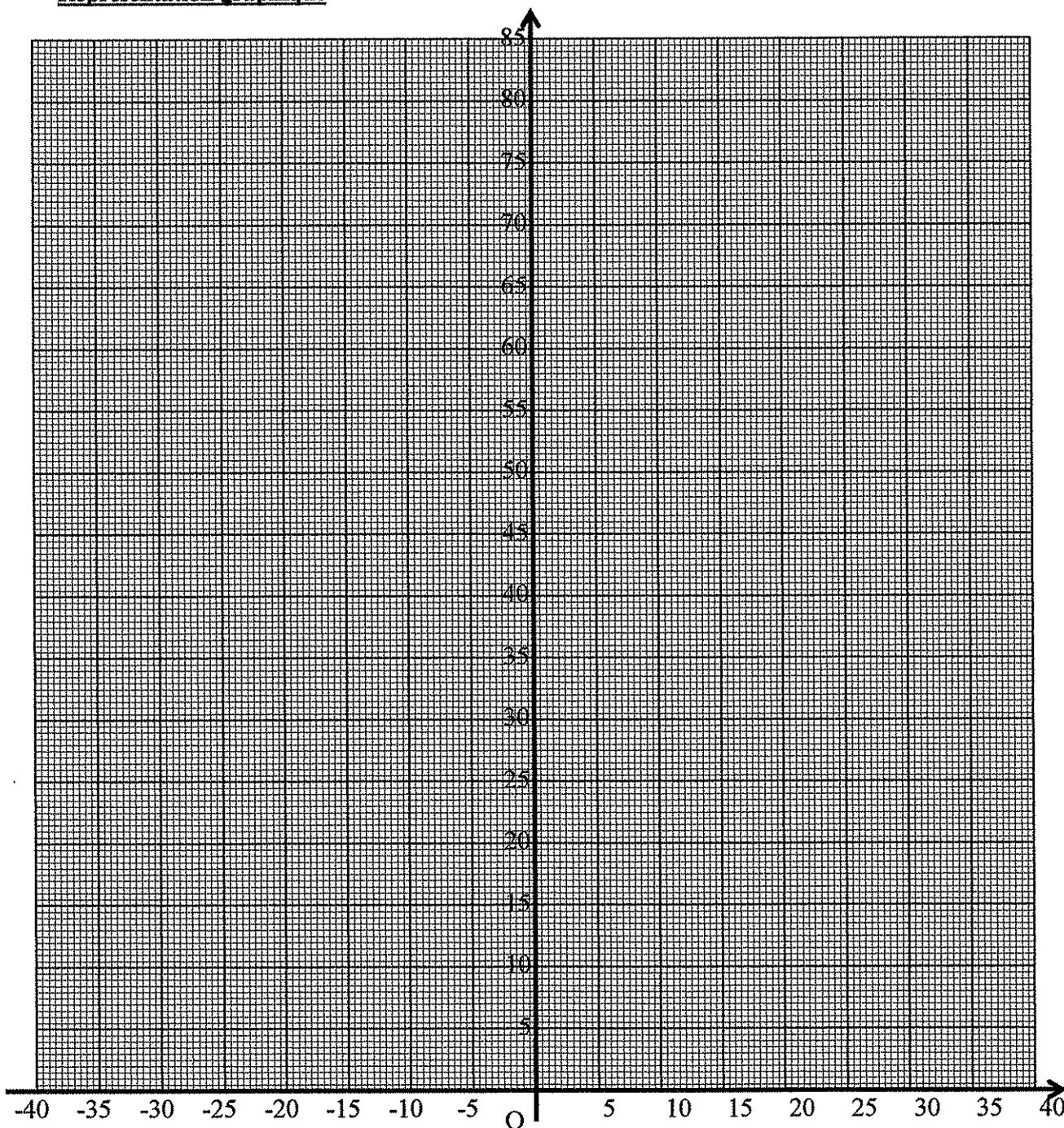
Annexe 1 : (à rendre avec la copie)

Mathématiques

Tableau de valeurs

x	0	6	12	18	24	30	36
$f(x)$	72						0

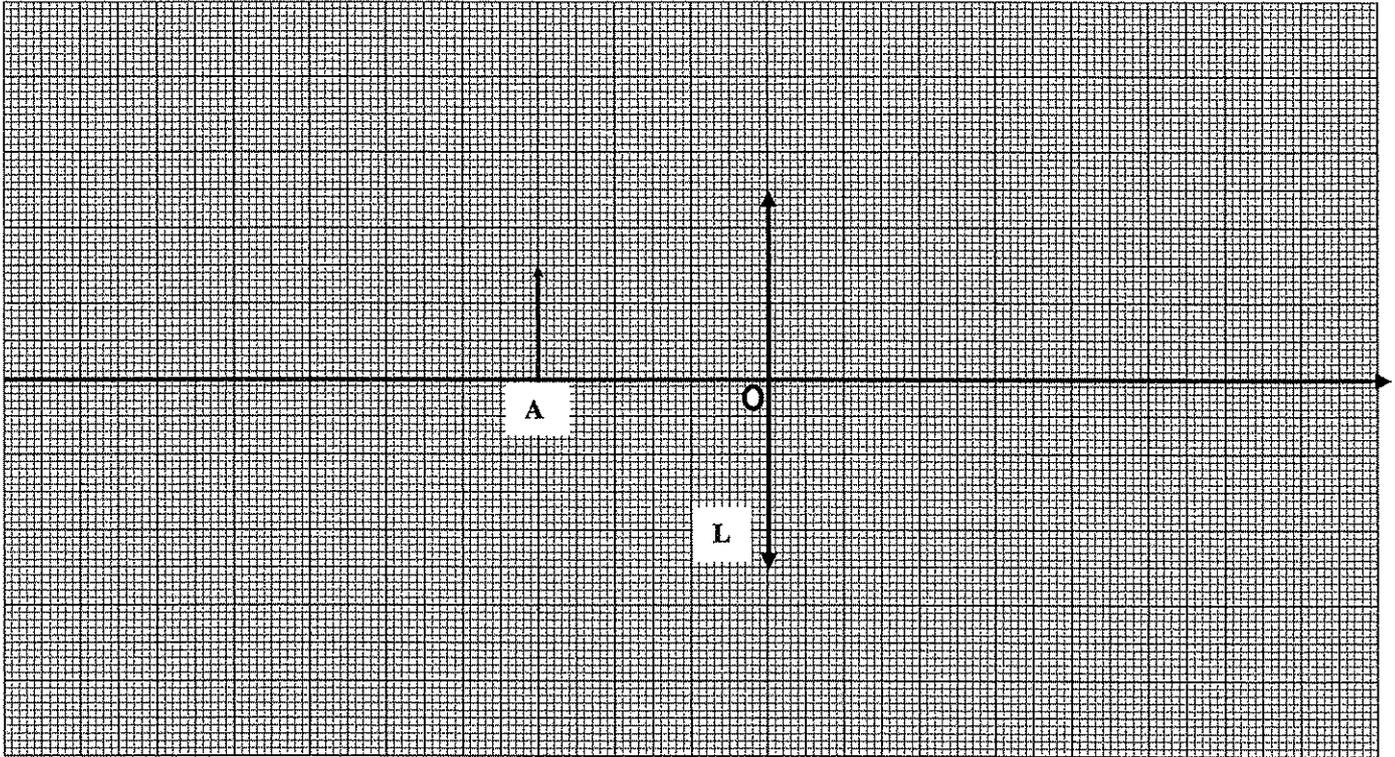
Représentation graphique



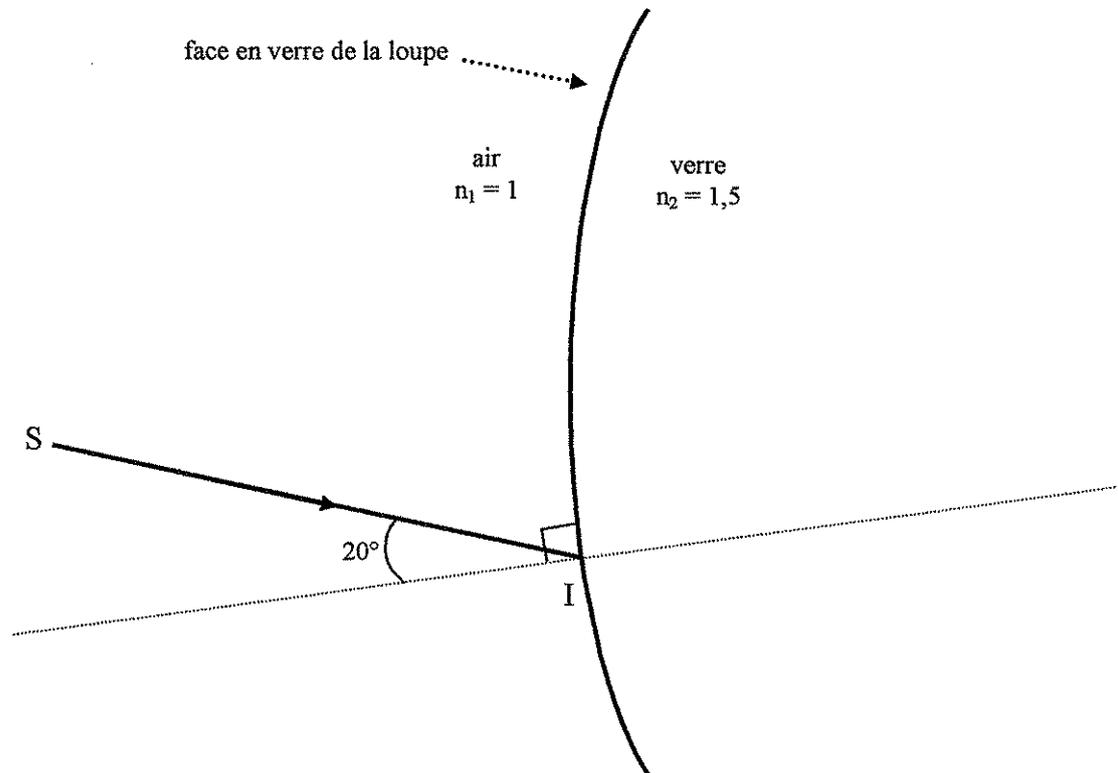
Annexe 2 : (à rendre avec la copie)

Sciences physiques

Partie I



Partie II



Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3h	8/9

Formulaire

Mathématiques

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : \ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

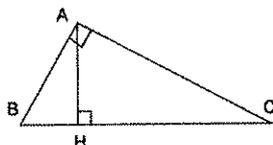
Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\sin \hat{A} \quad \sin \hat{B} \quad \sin \hat{C}$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle} : \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze} : \frac{1}{2} (B + b)h$$

$$\text{Disque} : \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

$$\text{Aire} : 4\pi R^2 \quad \text{Volume} : \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' \quad \vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \text{ si et seulement si } \vec{v} \perp \vec{v}'$$

Optique

Lois de DESCARTES

Loi de la réflexion : $i = r$

Loi de la réfraction : $n_1 \sin \hat{i}_1 = n_2 \sin \hat{i}_2$

$$\text{Formule de conjugaison} : \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

$$\text{Grandissement} : g = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$

$$\text{Vergence} : C = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad f' = \frac{1}{C}$$

Ondes électromagnétiques

$$\lambda = c \times T$$

$$T = \frac{1}{\nu}$$

$$c \approx 3.10^8 \text{ m/s}$$

Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3h	9/9

BREVET DES MÉTIERS D'ART

ÉBÉNISTE

Mathématiques et Sciences Appliquées

Correction
Session 2008

MATHÉMATIQUES (24 points)

Problème (18 points)

PARTIE I (4 points): étude du profil intérieur des pieds

1. A appartient à C_f d'où $72 = a \times 0 + c$ d'où $c = 72$. 0,5
B appartient à C_f soit $0 = a \times 36^2 + 72$ soit $a = -72/36^2 = -0,056$ 0,5
2. Voir annexe 1. 1,5
3. Voir annexe 1. 1,5

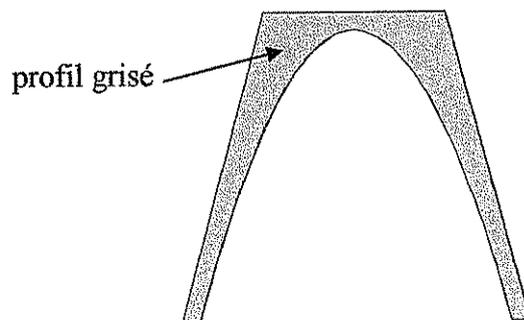
PARTIE II (4 points): étude du profil extérieur des pieds

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - a) $f'(x) = -1/9 x$ 1
 - b) $f'(-36) = 4$ 0,5
 - c) La valeur du coefficient directeur est donnée par $f'(-36) = 4$. 0,5
 - d) Voir annexe 1. 0,5
2. On considère la droite (D) d'équation $y = 4x + b$.
 - a) F appartient à (D) donc $0 = 4 \times (-40) + b$ soit $b = 160$. 1
 - b) Voir annexe 1. 0,5

Toutes académies	Brevet des Métiers d'Art : Ebéniste		Session 2008
	C3 – Mathématiques et sciences appliquées		
	Coefficient : 2	Durée : 3 heures	Page 1 sur 5

PARTIE III (5 points): tracer du profil des pieds et calcul de son aire

1. Voir annexe 1. 1
2. Aire_{FGHI} = 0,5(80 + 42) × 76 = 4 636 cm². 1
3. $I = \left[-\frac{1}{54}x^3 + 72x \right]_{-36}^{36} = 3\,456$ 2
4. Aire_{Profil grisé} = Aire_{FGHI} - I = 1 180 cm² 1



PARTIE IV (5 points): calcul de l'angle \widehat{FGH}

1. $\vec{GF}(-19; -76)$ et $\vec{GH}(42; 0)$ 1,5
2. $\left\| \vec{GF} \right\| \approx 78,34$ et $\left\| \vec{GH} \right\| = 42$ 1
3. $\vec{GF} \cdot \vec{GH} = -798$ 1
4. $\widehat{FGH} = \cos^{-1}(-798/(78,34 \times 42)) \approx 104^\circ$. 1,5

Exercice (6 points)

Étude de production :

- 1) $P_{2008} = 4680$ unités $P_{2009} = 4867$ unités 1
- 2) $P_3/P_2 = P_2/P_1 \approx 1,04$ La raison q a pour valeur 1,04. 1
- 3) $P_6 \approx 5\,475$ unités. 1
- 4) $S_7 \approx 35\,542$ unités. 1
- 5) $4500 \times 1,04^{n-1} = 10\,000$ d'où $1,04^{n-1} = \frac{10\,000}{4\,500} = \frac{20}{9}$ 2
 $n \approx 22$ ans

SCIENCES PHYSIQUES

PARTIE I (9 points): examen à la loupe

1. $f' = 1/20 = 0,05$ m soit 5 cm. 0,5
2. Voir annexe 2 1
3.
 - a) et b) Voir annexe 2 0,5 + 2,5
 - c) L'image obtenue est virtuelle et droite. 1
 - d) $\overline{OA'} = -0,075$ soit 7,5 cm. 2
 - e) $G = 2,5$ d'où $A'B' = 3,75$ cm. 1,5

PARTIE II (5 points): la loupe en détail

On considère le rayon lumineux (SI) arrivant sur une des faces en verre de la loupe. Une partie du rayon lumineux pénètre le verre (phénomène de la réfraction), l'autre partie est réfléchi par le verre comme sur un miroir (phénomène de réflexion). En général, la réflexion est faible par rapport à la pénétration ou réfraction (moins de 5 % de la lumière est réfléchi).

1. Marche du rayon réfracté :
 - a) $i_2 = \sin^{-1}(\sin 20 / 1,5) = 13^\circ$. 2
 - b) Voir l'annexe 2 1
2. Marche du rayon réfléchi :

D'après la loi de Descartes relative à la réflexion, l'angle de réflexion est égal à l'angle de réfraction soit 20° . 1 (justif)

Voir annexe 2. 1 (tracé)

PARTIE III (2 points): spectrographie à infrarouge

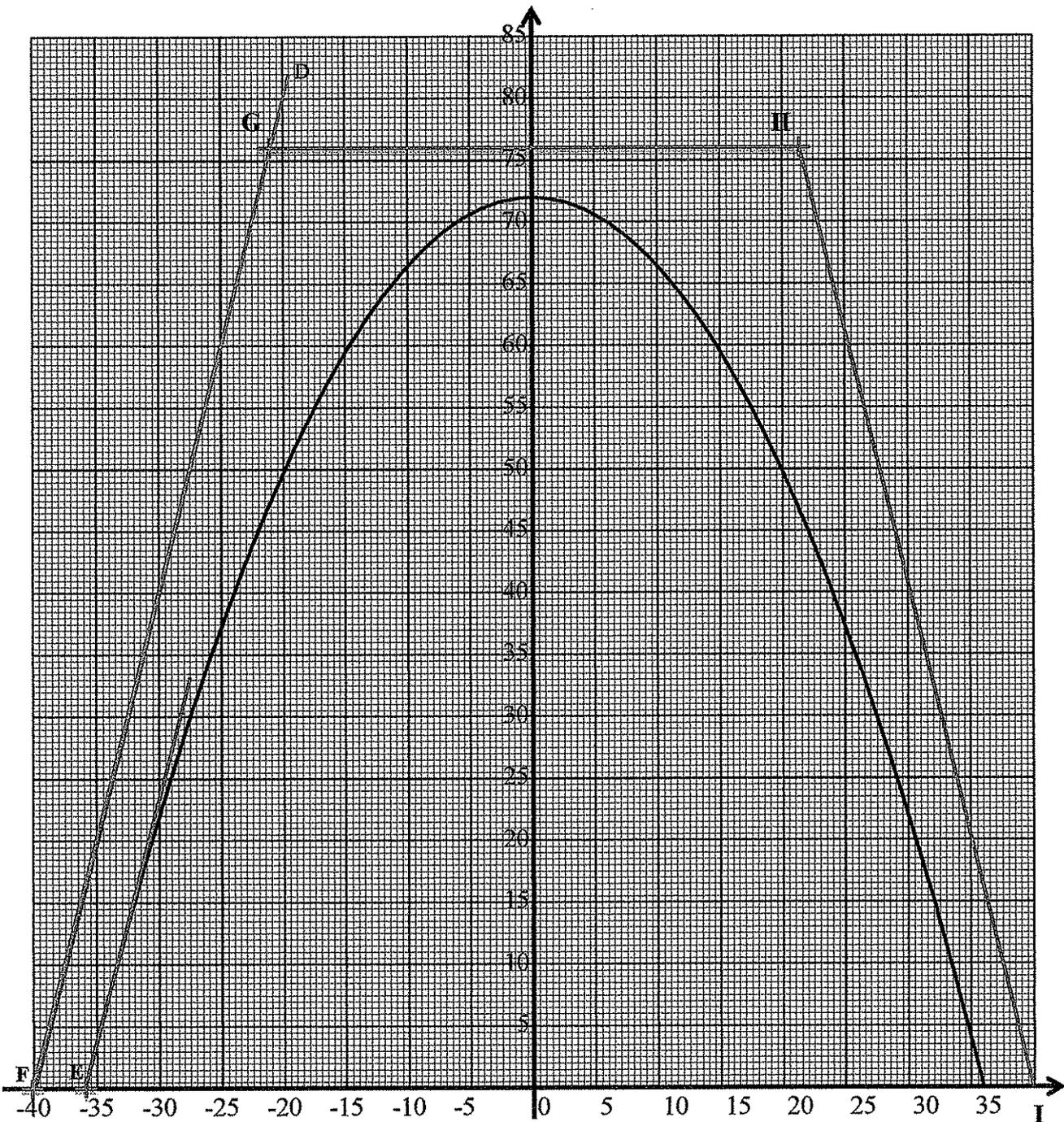
- 1) $\nu = \lambda / c$ d'où $\nu_1 = 12 \cdot 10^{13}$ Hz et $\nu_2 = 6 \cdot 10^{13}$ Hz
- 2) $6 \cdot 10^{13} \leq \nu \leq 12 \cdot 10^{13}$ Hz 1

Annexe 1 : (à rendre avec la copie)

Mathématiques

Tableau de valeurs

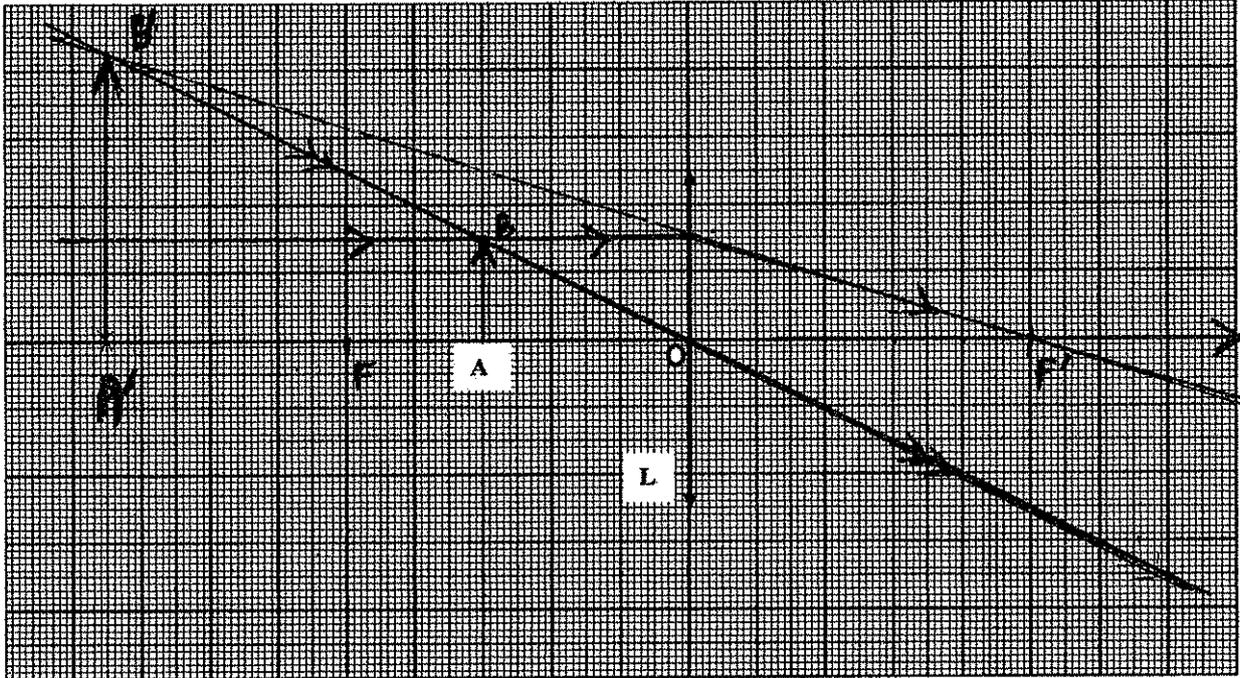
x	0	6	12	18	24	30	36
$f(x)$	72	70	64	54	40	22	0



Annexe 2 : (à rendre avec la copie)

Sciences physiques

Partie I



Partie II

