Fonctions à une variable **Activité 2**

☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9

⟵ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

. . . .

	Questions	Scores à reporter ici
Réaliser Maîtriser les connaissances figurant au programme de mathématiques	▪ 3 ▪ 6	/
Approprier Employer des sources d'informations	▪ 4 ▪ 5	/
Raisonner ▪ Trouver une stratégie adaptée à un problème ▪ Mettre en oeuvre une stratégie : ▪ Utiliser de façon approprié des savoir-faire figurant au programme de mathématiques ▪ Argumenter ▪ Analyser la pertinence d'un résultat	▪ 1 ▪ 2	/
Communiquer ▪ par écrit ▪ par oral	▪ 7	/
	Total	/

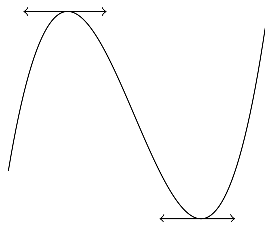
La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

COURS

4 Tangente et nombre dérivé (Suite)

Propriété 6

Lorsque la dérivée d'une fonction est nulle en un point, la tangente de la fonction en ce point est horizontale et marque un extremum local.



5 Fonction logarithme népérien

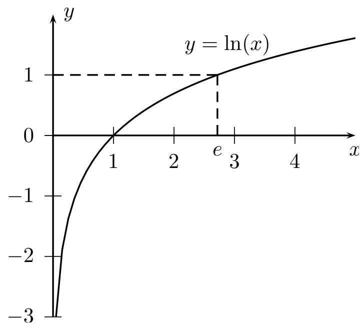
Définition 5

On appelle **fonction logarithme népérien** la fonction f telle que

$$f : \begin{array}{rcl} x \in]0;+\infty[& \to & y \in \mathbf{R} \\ x & \mapsto & y = \ln(x) \iff x = e^y \end{array}$$

Propriété 7

La fonction logarithme népérien $f = \ln(x)$ est dérivable sur $]0;+\infty[$ avec $\forall x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{1}{x}$

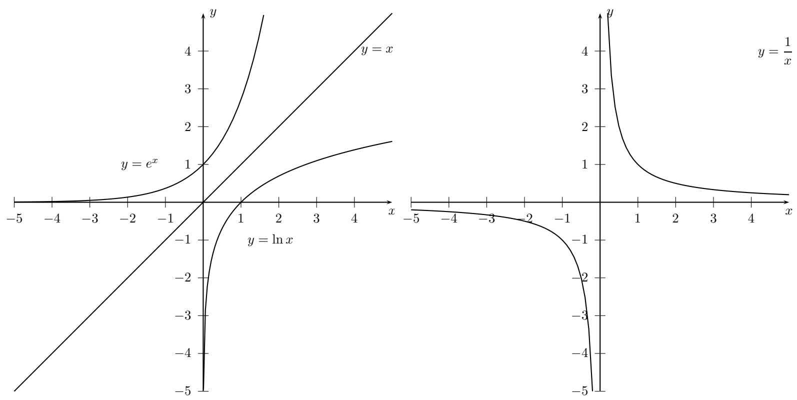


x	0 $+\infty$
$f'(x)$	‖ $+$
$f(x)$	‖ $-\infty \nearrow +\infty$

Propriété 8

$\ln e^x = x$; $e^{\ln x} = x$; $\ln x^n = n \ln x$

Question 1 ♣ Raisonner Sur wikipédia à l'article Asymptote, on peut lire :
« Le terme d'asymptote est utilisé en mathématiques pour préciser des propriétés éventuelles d'une branche infinie de courbe à accroissement tendant vers l'infinitésimal. C'est d'abord un adjectif d'étymologie grecque qui peut qualifier une droite, un cercle, un point ... dont une courbe plus complexe peut se rapprocher. C'est aussi devenu un nom féminin synonyme de droite asymptote.
Une droite asymptote à une courbe est une droite telle que, lorsque l'abscisse ou l'ordonnée tend vers l'infini, la distance de la courbe à la droite tend vers 0.
L'étude du comportement asymptotique est particulièrement développé dans les études de fonctions et présente des commodités reconnues par de nombreux mathématiciens. Dans le domaine scientifique, il arrive fréquemment d'étudier des fonctions dépendant du temps (évolution de populations, réaction chimique ou nucléaire, graphique de température, oscillation d'un amortisseur). Un des objectifs du chercheur est alors de connaître l'état à la fin de l'expérience, c'est-à-dire lorsqu'un grand intervalle de temps s'est écoulé. L'objectif n'est alors pas de connaître les variations intermédiaires mais de déterminer le comportement stable, à l'infini du phénomène mesuré. »
Dans les représentations graphiques ci-dessous surligner les demi-droites asymptotiques. Justifier.



Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 ♣ Raisonner Expliquer par quels raisonnements on peut passer de $e^{-x} \leqslant 1$ à l'expression $x \geqslant 0$

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

Rappel : Soit u et v deux fonctions dérivables sur le même intervalle alors :
- $(u+v)' = u' + v'$
- $(u \cdot v)' = u'v + uv'$
- $(\frac{u}{v})' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

Question 3 ♣ Réaliser Soit la fonction f telle que $f : \begin{array}{rcl} x \in \mathbf{R} & \rightarrow & y \in \mathbf{R} \\ x & \mapsto & y = (2x+1)e^{-x} + 2 \end{array}$

Donner l'expression de sa dérivée et étudier son signe puis indiquer le tableau de variation correspondant : ....
....
....
....
....
....

☐

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	$2(e^{-\frac{1}{2}}+1)$	↗	2

☐ ☐ ☐

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	$2(1-e^{\frac{3}{2}})$	↗	2

☐ ☐

☐

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$2(e^{-\frac{1}{2}}+1)$	↘	2

☐

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$2(1-e^{\frac{3}{2}})$	↘	2

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 4 ♣ Par la suite on notera **R**, l'ensemble des nombres réels ; $\mathbf{R}^+$, l'ensemble des nombres réels positifs et $\mathbf{R}^*$, l'ensemble des nombres réels non nuls. On pourra composer les notations et avoir $\mathbf{R}^{-*}$, l'ensemble des nombres réels négatifs non nuls.

Approprier Donner pour les fonctions suivantes les ensembles de définition corrects.

☐ $\frac{1}{\sqrt{x}}$:$\mathbf{R}^*$ ☐ x^0 :$\mathbf{R}^{-+*}$ ☐ $\frac{1}{x^2}$:$\mathbf{R}^-$ ☐ $\sqrt[3]{x}$:$\mathbf{R}$ ☐ $\frac{1}{x^2}$:$\mathbf{R}^+$ ☐ x^0 :$\mathbf{R}^+$

☐ $\frac{1}{\sqrt{x}}$:$\mathbf{R}^{+*}$ ☐ $\sqrt{x}$:$\mathbf{R}^+$ ☐ $\sqrt[3]{x}$:$\mathbf{R}^*$ ☐ $\frac{1}{\sqrt{x}}$:$\mathbf{R}^+$ ☐ $\sqrt[3]{x}$:$\mathbf{R}^+$ ☐ $\sqrt{x}$:$\mathbf{R}$

☐ $\sqrt{x}$:$\mathbf{R}^*$ ☐ $\frac{1}{x^2}$:$\mathbf{R}^*$ ☐ x^0 :$\mathbf{R}$ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

6 Fonctions puissances

Il existe plusieurs fonctions puissances que l'on distingue selon la valeur de la puissance car cela influe sur l'ensemble de définition. De manière générale c'est une fonction du type t^α à ne pas confondre avec les fonctions α^t nommées fonctions exponentielles de base α, où t est la variable et α la constante.

Définition 6

On appelle **fonction puissance** la fonction f telle que $f_\alpha : \begin{array}{rcl} t \in \mathrm{D} & \rightarrow & y \in \mathrm{A} \\ t & \mapsto & y = t^\alpha, \alpha \in \mathbf{R} \end{array}$

Propriété 9

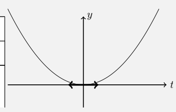
α=0, $f_0(t) = 1$, c'est une fonction constante ;

Propriété 10

α entier strictement positif pair, la fonction est dite paire et sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

exemple : $f_2 : \begin{array}{rcl} t \in \mathbf{R} & \rightarrow & y \in \mathbf{R}^+ \\ t & \mapsto & y = t^2 \end{array}$

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

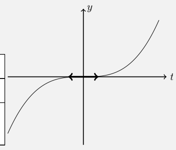


Propriété 11

α entier strictement positif impair, la fonction est dite impaire et sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'origine du repère

exemple : $f_3 : \begin{array}{rcl} t \in \mathbf{R} & \rightarrow & y \in \mathbf{R} \\ t & \mapsto & y = t^3 \end{array}$

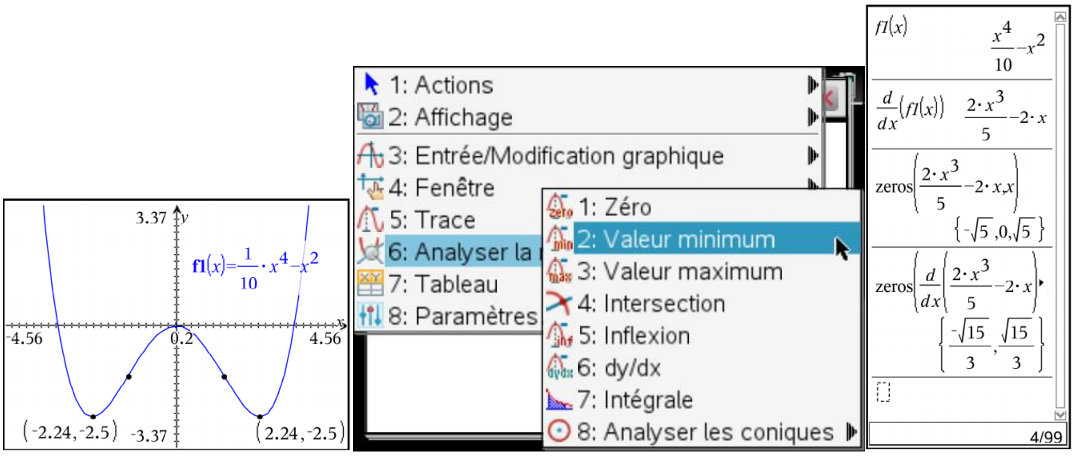
t	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$+$	
$f(t)$	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$



Question 5 ♣ Approprier Donner les limites à l'infini des fonctions puissances précédements définies.

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 6 ♣ Réaliser **TICE** En vous aidant des copies d'écran ci-dessous et de votre calculatrice, dresser le plus complétement possible le tableau des variations de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{10}x^4 - x^2$



Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 7 ♣ Communiquer Par un texte clair et structuré, expliquer la démarche générale à effectuer pour réaliser le plus complétement possible le tableau de variations d'une fonction quelconque.

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

✍✍✍✍✍ N'OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L'AUTOÉVALUATION ✍✍✍✍✍