Fonctions à une variable **Activité 4**

☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9

⟵ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

. . . .

	Questions	Scores à reporter ici
Approprier Employer des sources d'informations	▪ 5	/

Analyser / Raisonner
▪ Trouver une stratégie adaptée à un problème
▪ Mettre en oeuvre une stratégie :
  ▪ Utiliser de façon approprié des savoir-faire figurant au programme de mathématiques
  ▪ Argumenter
  ▪ Analyser la pertinence d'un résultat
	▪ 3,4	/

Réaliser Maîtriser les connaissances figurant au programme de mathématiques	▪ 2,6	/
Communiquer ▪ par écrit ▪ par oral	▪ 1	/
	Total	/

Chaque tâche complexe ou question fait appel à plusieurs compétences mais n'est évaluée que pour celle indiquée.
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

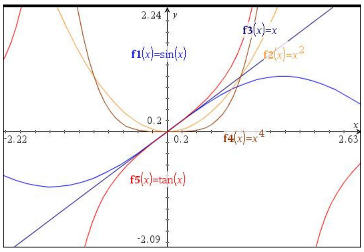
Question 1 ♣

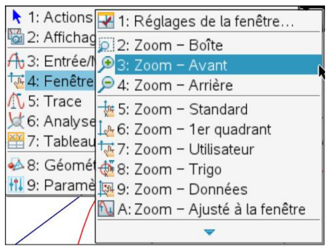
Raisonner **TICE** On souhaite comparer successivement comment évoluent des infiniments petits.

Pour cela vous allez à l'aide du grapheur de la calculatrice ou de la fonction « `plotfunc(sin(x),x=-1..1,xstep=0.01);` » de XCAS, tracer successivement au voisinage de zéro les fonctions suivantes :

- $f(x) = \sin x$;
- $g(x) = \tan x$
- $h(x) = 1 - \cos(x)$

que vous comparerez aux fonctions $k(x) = x$ ou $l(x) = a \cdot x^2$ où vous ajusterez la valeur a pour que les courbes coïncident au voisinage de zéro.





. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Appeler le professeur pour lui montrer vos courbes et conclusions.

NE PAS COCHER ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 ♣ Communiquer À partir de ce que vous venez de voir graphiquement, expliquer ce que l'on peut dire quand à la vitesse que tend un infiniment petit vers zéro. Vous comparerez l'ordre de petitesse de x^2, x^3 et x^4.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

NE PAS COCHER ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

1 Infiniment petit et infiniment grand (suite)

Définition 9

Deux infiniment petits en α sont équivalents quand leur rapport tend vers 1 si la variable tend vers α

Propriété 18

$$\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1|\lim_{t\to 0}\frac{\tan t}{t}=1|\lim_{t\to 0}\frac{1-\cos t}{\frac{1}{2}t^2}=1$$

Question 3 ♣

Approprier Indiquer les propositions qui vous semblent correctes en cochant la case correspondante. Vous vous aiderez du tableau ci-après pour justifier vos choix.

- ☐ $\lim_{t\to-\infty} t^2(t^2+\frac{3}{t}+\frac{7}{t^2})=+\infty$ ....
- ☐ $\lim_{t\to+\infty}\frac{t^2+4t+3}{t+1}=3$ ....
- ☐ $\lim_{t\to+\infty} t^2(t+\frac{1}{t})=\text{indéterminé}$ ....
- ☐ $\lim_{t\to+\infty}\frac{7+4t}{3t}=7$ ....
- ☐ $\lim_{t\to-\infty} t+2t^3+9=+\infty$ ....
- ☐ $\lim_{t\to+\infty}\frac{4t^2+3t}{7}=+\infty$ ....
- ☐ $\lim_{t\to-\infty} t^3+2t^2+1=-\infty$ ....
- ☐ $\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}+t^3+9=+\infty$ ....
- ☐ $\lim_{t\to-\infty}\frac{4t^3+7}{t}=\text{indéterminé}$ ....
- ☐ $\lim_{t\to+\infty} t^4+2t^3+t=+\infty$ ....
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

2 Opérations sur les limites

SOMMES :

$\lim_{t\to\alpha} u(t)$	L	L	L	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{t\to\alpha} v(t)$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{t\to\alpha} u(t)+v(t)$	L+L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	INDÉTERMINÉ

PRODUITS :

$\lim_{t\to\alpha} u(t)$	L	L>0	L>0	L<0	L<0	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	0	0
$\lim_{t\to\alpha} v(t)$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{t\to\alpha} u(t)\times v(t)$	L×L'	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	INDÉTERMINÉ	INDÉTERMINÉ

QUOTIENTS :

$\lim_{t\to\alpha} u(t)$	L	L	L	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$	L
$\lim_{t\to\alpha} v(t)$	L'$\neq 0$	$+\infty$	$-\infty$	L'>0	L'<0	L'>0	L'<0	$\pm\infty$	0
$\lim_{t\to\alpha}\frac{u(t)}{v(t)}$	$\frac{L}{L'}$	0	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	INDÉTERMINÉ	INDÉTERMINÉ

COURS

3 Méthodes de résolution des indéterminations par l'exemple

- $\lim\limits_{t\to 2} \dfrac{t^2-7t+4}{t^2+2t-8} \Longrightarrow \dfrac{-6}{0}$:
  indétermination car 2 est racine du dénominateur
  On distinguera t par valeur supérieure ou inférieure à 2. On a donc desoin du tableau de signe du dénominateur.

t	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
t^2+2t-8		$+$	0	$-$	0	$+$	

  On pourra le noter comme sur la calculatrice :
  $\lim\limits_{t\to 2^+} \dfrac{t^2-7t+4}{t^2+2t-8} = -\infty$ et $\lim\limits_{t\to 2^-} \dfrac{t^2-7t+4}{t^2+2t-8} = +\infty$
- $\lim\limits_{t\to 2} \dfrac{t^2-7t+10}{2t^2+14t-36} \Longrightarrow \dfrac{0}{0}$:
  indétermination car 2 est racine du numérateur et du dénominateur.
  On simplifiera par $(t-2)$, il faut trouver les autres racines Δ....
  $\lim\limits_{t\to 2} \dfrac{(t-2)(t-5)}{2(t-2)(t+9)} = \lim\limits_{t\to 2} \dfrac{(t-5)}{2(t+9)} = \dfrac{2-5}{2(2+9)} = -\dfrac{3}{22}$
- $\lim\limits_{t\to 2} \dfrac{\sqrt{12t+1}-5}{2t-4} \Longrightarrow \dfrac{0}{0}$:
  indétermination car 2 annulle le numérateur et le dénominateur.
  On multipliera le numérateur par la quantité conjuguée $\sqrt{12t+1}+5$ pour utiliser l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
  $\lim\limits_{t\to 2} \dfrac{\sqrt{12t+1}-5}{2t-4} = \lim\limits_{t\to 2} \dfrac{(\sqrt{12t+1}-5)(\sqrt{12t+1}+5)}{2(t-2)(\sqrt{12t+1}+5)} = \lim\limits_{t\to 2} \dfrac{12t+1-25}{2(t-2)(\sqrt{12t+1}+5)} = \lim\limits_{t\to 2} \dfrac{12(t-2)}{2(t-2)(\sqrt{12t+1}+5)} =$
  $\lim\limits_{t\to 2} \dfrac{6}{(\sqrt{12t+1}+5)} = \dfrac{3}{5}$
- $\lim\limits_{t\to +\infty} t^2-7t+4 \Longrightarrow +\infty + -\infty$:
  indétermination, il faut factoriser.
  $\lim\limits_{t\to +\infty} t^2-7t+4 = \lim\limits_{t\to +\infty} t^2(1-\dfrac{7}{t}+\dfrac{4}{t^2}) = +\infty$
- $\lim\limits_{t\to +\infty} \dfrac{t^2+4t+3}{-2t^2+t+1} \Longrightarrow \dfrac{+\infty}{-\infty + +\infty}$
  indétermination, il faut factoriser puis simplifier.
  $\lim\limits_{t\to +\infty} \dfrac{t^2(1+\frac{4}{t}+\frac{3}{t^2})}{t^2(-2+\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2})} = \lim\limits_{t\to +\infty} \dfrac{1+\frac{4}{t}+\frac{3}{t^2}}{-2+\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}} = -\dfrac{1}{2}$

Question 4 ♣
Réaliser Indiquer les propositions qui vous semblent correctes en cochant la case correspondante. On a :

- $f_1(t) = \dfrac{2t^2-7t+12}{3t^2-27t+60}$
- $f_2(t) = \dfrac{3t^2-9t-84}{2t^2-8t-42}$
- $f_3(t) = 2t^3-5t^2+4t$
- $f_4(t) = \dfrac{t^4+9t+5}{-t^2+3t-7}$
- $f_5(t) = \dfrac{-2t+1}{\sqrt{t}-1}$
- $f_6(t) = \dfrac{7-\sqrt{2t+41}}{7t-28}$

☐ $\lim\limits_{t\to -\infty} f_1(t) = \dfrac{2}{3}$
☐ $\lim\limits_{t\to 1} f_5(t) = 1$
☐ $\lim\limits_{t\to -\infty} f_3(t) = -\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to 7} f_2(t) = \dfrac{27}{16}$
☐ $\lim\limits_{t\to 5^+} f_1(t) = +\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to 4} f_6(t) = +\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to -\infty} f_3(t) = 2$
☐ $\lim\limits_{t\to 1} f_5(t) = +\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to +\infty} f_4(t) = -\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to 7} f_2(t) = \dfrac{33}{20}$
☐ $\lim\limits_{t\to 7} f_2(t) = \dfrac{3}{2}$
☐ $\lim\limits_{t\to 4} f_6(t) = 0$
☐ $\lim\limits_{t\to 4} f_6(t) = -\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to 1} f_5(t) = -\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to +\infty} f_2(t) = \dfrac{3}{2}$
☐ $\lim\limits_{t\to 5^+} f_1(t) = \dfrac{2}{3}$
☐ $\lim\limits_{t\to 4} f_6(t) = -\dfrac{1}{49}$
☐ $\lim\limits_{t\to +\infty} f_6(t) = 0$
☐ $\lim\limits_{t\to 1^+} f_5(t) = -\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to 7^+} f_2(t) = +\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to 5} f_1(t) = -\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to +\infty} f_4(t) = -1$
☐ $\lim\limits_{t\to 5^+} f_1(t) = -\infty$
☐ $\lim\limits_{t\to +\infty} f_4(t) = +\infty$
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

✍✍✍✍✍ N'OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L'AUTOÉVALUATION ✍✍✍✍✍