Calcul différentiel et intégral **Activité 1**

□0 □0 □0
□1 □1 □1
□2 □2 □2
□3 □3 □3
□4 □4 □4
□5 □5 □5
□6 □6 □6
□7 □7 □7
□8 □8 □8
□9 □9 □9

⟵ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

....

	Questions	Scores à reporter ici
Réaliser Maîtriser les connaissances figurant au programme de mathématiques	▪ 1 ▪ 3 ▪ 4	/
Approprier Employer des sources d'informations		/
Raisonner ▪ Trouver une stratégie adaptée à un problème ▪ Mettre en oeuvre une stratégie : ▪ Utiliser de façon approprié des savoir-faire figurant au programme de mathématiques ▪ Argumenter ▪ Analyser la pertinence d'un résultat	▪ 2	/
Communiquer ▪ par écrit ▪ par oral	▪ 5	/
	Total	/

Chaque tâche complexe ou question fait appel à plusieurs compétences mais n'est évaluée que pour celle indiquée.
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

COURS

Chapitre 3 Calcul différentiel et intégral

I Primitives d'une fonction

1 Primitives

Définition 1

Soit f, une fonction dérivable sur un intervalle I. Une fonction F, définie sur l'intervalle I, est une **primitive** de f sur I si f est la dérivée de F sur I.

Théorème 1

Toute fonction dérivable sur un intervalle, admet une primitive sur cet intervalle.

Propriété 1

Si F est une primitive de f sur un intervalle I, alors toutes les primitives de f sur I sont de la forme $F + K$ où K est une constante.

2 Rappels

Propriété 2

Fonctions dérivées f' des fonctions usuelles :

Fonction f	Fonction dérivée f'
$t \mapsto f(t) = at + b$	$t \mapsto f'(t) = a$
$t \mapsto f(t) = t^2$	$t \mapsto f'(t) = 2t$
$t \mapsto f(t) = \dfrac{1}{t}$	$t \mapsto f'(t) = -\dfrac{1}{t^2}$
$t \mapsto f(t) = \sqrt{t}$	$t \mapsto f'(t) = \dfrac{1}{2\sqrt{t}}$
$t \mapsto f(t) = t^3$	$t \mapsto f'(t) = 3t^2$
$t \mapsto g(t) = a \cdot f(t)$	$t \mapsto g'(t) = a \cdot f'(t)$
$t \mapsto h(t) = f(t) + g(t)$	$t \mapsto h'(t) = f'(t) + g'(t)$
$t \mapsto f(t) = u(t) \cdot v(t)$	$t \mapsto h'(t) = u'(t) \cdot v(t) + u(t) \cdot v'(t)$
$t \mapsto f(t) = \dfrac{u(t)}{v(t)}$	$t \mapsto h'(t) = \dfrac{u'(t) \cdot v(t) - u(t) \cdot v'(t)}{v^2(t)}$

COURS

Propriété 3

Fonctions dérivées f' des fonctions composées :

Fonction f	Fonction dérivée f'
$t \mapsto h(t) = (g \circ f)(t)$	$t \mapsto h'(t) = f'(t) \cdot (g' \circ f)(t)$
$t \mapsto f(t) = \sin(u(t))$	$t \mapsto f'(t) = u'(t) \cdot \cos(u(t))$
$t \mapsto f(t) = \cos(u(t))$	$t \mapsto f'(t) = -u'(t) \cdot \sin(u(t))$
$t \mapsto f(t) = \ln(u(t))$	$t \mapsto f'(t) = \dfrac{u'(t)}{u(t)}$
$t \mapsto f(t) = \exp(u(t))$	$t \mapsto f'(t) = u'(t) \cdot \exp(u(t))$
$t \mapsto f(t) = u^{\alpha}(t)$	$t \mapsto f'(t) = u'(t) \cdot \alpha \cdot u^{\alpha-1}(t)$

Question 1 ♣

Réaliser Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

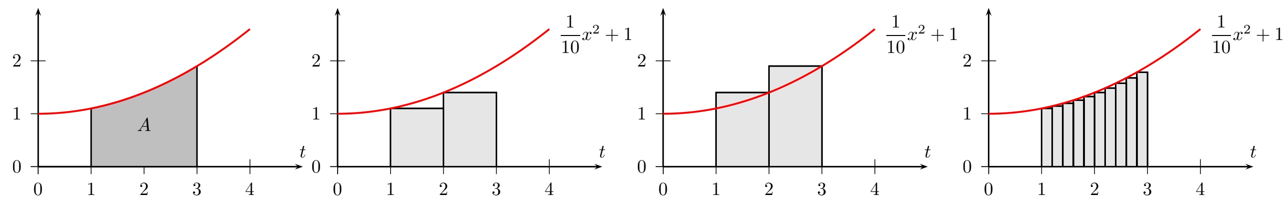
- $f_1(t) = t^3 + 4t - 7$
- $f_2(t) = 2t + e^{5t}$
- $f_3(t) = 5t + \dfrac{2}{t}$
- $f_4(t) = 8t - \dfrac{4}{t^2}$
- $f_5(t) = 11t^2 - e^{6t}$
- $f_6(t) = \cos(2t + 1)$
- $f_7(t) = \sin(t + \frac{\pi}{4})$
- $f_8(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ avec $U_m = 230\sqrt{2}$;$\omega = 50\pi$;$\varphi = \frac{\pi}{2}$

NE PAS COCHER ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 ♣

Raisonner Indiquer en vous aidant des figures ci-dessous, comment on peut faire pour déterminer l'aire sous la courbe entre les abscisses 1 et 3.



NE PAS COCHER ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

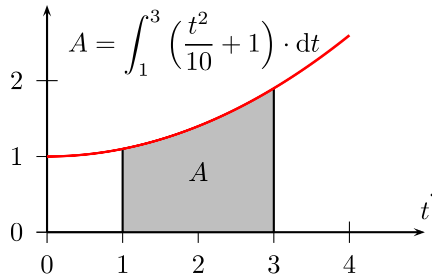
II Intégrales

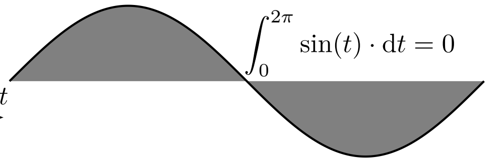
1 Définition

Définition 2

Soit f, une fonction dérivable sur un intervalle I. F une de ses primitives, définie sur l'intervalle I, et a et b deux valeurs réelles appartenant à I.
On appelle **intégrale de f entre a et b**, le nombre réel :

$$\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$$





Question 3 ♣

Réaliser Vérifier en détaillant les calculs les résultats des intégrales.

- $\int_0^5 \mathrm{d}t = 5$ ......
- $\int_0^5 3t^2 - 5t + 7\mathrm{d}t = \frac{325}{2}$ ......
- $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos(t) \cdot \mathrm{d}t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ......
- $\int_4^5 \frac{1}{\sqrt{3+4t}}\mathrm{d}t = \frac{\sqrt{23}}{2} - \frac{\sqrt{19}}{2}$ ......
- $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} -\cos(t) \cdot \mathrm{d}t = -2$ ......
- $\int_{-2}^{7} (\frac{4}{t^4} - \frac{3}{t^3} + \frac{2}{t^2} - \pi)\mathrm{d}t = \frac{7017}{10} - 9\pi$ ......
- $\int_1^2 \frac{6(x^2+x)}{2x^3+3x^2+5}\mathrm{d}t = \frac{23}{330}$ ......

NE PAS COCHER ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

2 Propriétés

Propriété 4

Soit f, une fonction dérivable sur un intervalle I contenant a. **L'unique primitive de f sur I, prenant la valeur zéro au point** a est la fonction F définie par :

$$F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$$

Propriété 5

Relation de Chasles :
Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I contenant les nombres réels a, b, c, on a :

$$\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = \int_a^c f(t)\mathrm{d}t + \int_c^b f(t)\mathrm{d}t$$

Propriété 6

Soient f et g deux fonctions dérivables sur un intervalle I contenant les nombres réels a, b, on a :

$$\int_a^b f(t) + g(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t + \int_a^b g(t)\mathrm{d}t$$

Propriété 7

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I contenant les nombres réels a, b, et α un nombre réel quelconque, on a :

$$\int_a^b \alpha \cdot f(t)\mathrm{d}t = \alpha \cdot \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$$

Question 4 ♣

Réaliser Déterminer les intégrales suivantes :

- $\displaystyle\int_{-5}^{5} |4t^3|\mathrm{d}t$ ....
- en s'aidant de la page précédente $\displaystyle\int_0^{\pi} (153 \cdot \cos(t) + 41 \cdot \sin(t))\mathrm{d}t$ ....

NE PAS COCHER ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 5 ♣

Communiquer **TICE** Expliquer comment procéder à l'aide de votre TI-nspire CAS ou de XCAS, pour faire afficher la primitive d'une fonction f s'annulant en zéro et dont la forme algébrique est développée. ....
....
....
....
....

NE PAS COCHER ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

✍✍✍✍✍ N'OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L'AUTOÉVALUATION ✍✍✍✍✍