1

Les Complexes

Programme du chapitre

Dans cette brève étude, on insistera sur l'intervention des nombres complexes en analyse (résolution d'équations différentielles) et sur leur utilisation en électricité et en électronique.

- a) Sommes $a + bi$ telles que $i^2 = -1$: égalité, somme, produit, conjugué, inverse.
  Représentation géométrique.
  Lignes de niveau des fonctions $z \mapsto \mathfrak{Re}(z)$ et $z \mapsto \mathfrak{Im}(z)$.
- b) Module d'un nombre complexe ; argument d'un nombre complexe non nul.
  Notation $e^{i\theta}$; forme trigonométrique $z = re^{i\theta}$, où $r > 0$.
  Lignes de niveau des fonctions $z \mapsto |z - a|$ et $z \mapsto Arg(z - a)$.
  Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement.
  Relation $e^{i\theta}e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$; lien avec les formules d'addition.
- c) Formule de Moivre. Formules d'Euler.

La construction de C n'est pas au programme.
Les étudiants doivent connaître la notation $x + jy$, utilisée en électricité.
Aucune connaissance sur les applications des nombres complexes à la géométrie n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques.
Le repérage polaire $\rho e^{i\theta}$, où ρ est de signe quelconque, est hors programme.

Travaux pratiques

1° Exemples de mise en œuvre des formules de Moivre et d'Euler : linéarisation de polynômes trigonométriques.

Cette activité est à mener en liaison avec l'enseignement des sciences physiques ; toute virtuosité en ce domaine est exclue ; aucune connaissance à ce sujet n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques et toutes les indications utiles doivent être fournies.

2° Résolution des équations du second degré à coefficients réels.

La résolution d'équations à coefficients complexes et l'étude des racines nièmes d'un nombre complexe sont hors programme.

Auto-évaluation

Activité 1

- Je sais manipuler des relations algébriques (developper, réduire, ...) Réaliser : □□□□
- Je sais identifier une equation et son degré Approprier : □□□□
- Je sais comprendre des textes mathématiques Approprier : □□□□
- Je m'exprime correctement en utilisant le vocabulaire approprié Communiquer : □□□□
- Je sais résoudre une équation du second degré Raisonner : □□□□

Activité 2

- Je sais faire des calculs simples avec des nombres complexes Réaliser : □□□□
- Je maitrise la représentation géométrique d'un nombre complexe Approprier : □□□□
- J'ai su faire le lien par ecrit entre les complexes et la géométrie Communiquer : □□□□
- J'ai trouver la stratégie permettant de déterminer la valeur de la constante i Raisonner : □□□□

Activité 3

- Je maitrise les différentes formes d'écriture des complexes Réaliser : □□□□
- Je sais identifier un complexe et son conjugué Approprier : □□□□
- J'ai su déterminer correctement la forme trigonométrique d'un complexe Raisonner : □□□□
- J'ai su trouver les lignes de niveau correspondant aux représentations graphiques Raisonner : □□□□
- J'ai su exprimer l'importance des complexes par écrit et par oral i Communiquer : □□□□

Activité 4

- Je reconnais les différentes formes d'écriture des complexes Approprier : □□□□
- J'ai su déterminer correctement les formules de Moivre et d'Euler Raisonner : □□□□
- J'ai su reéaliser les calculs permettant de linéariser un polynôme Réaliser : □□□□
- J'ai su m'exprimer par écrit sur l'identité d'Euler Communiquer : □□□□

Exercices

Tous les exercices sont à faire à la fin des activités indiquées pour le cours suivant. Pour chaque exercice proposé, vous devez préciser à chaque étape de sa résolution le théorème ou la propriété que vous utilisez en rapport avec les théorèmes ou propriétés nouvelles vus dans le chapitre.

Exemple : Déterminer le nombre de racines que possède cette équation $5x^4 - 3x^2 + x^7 = 0$.

Solution : *L'équation est de degré 7 car sa plus haute puissance vaut 7. D'après le théorème 1, elle possède 7 racines réelles ou imaginaires.*

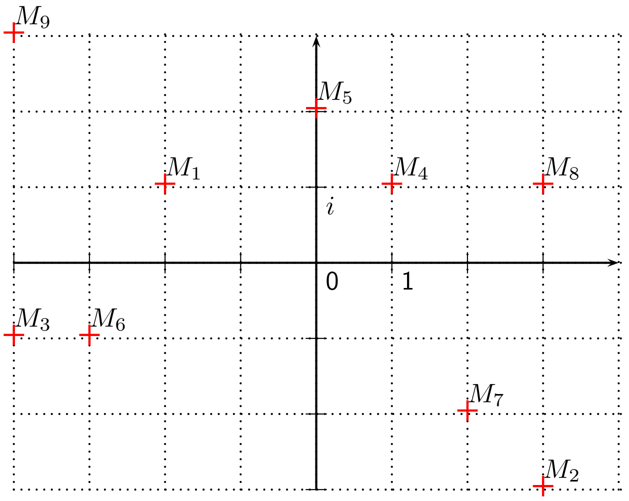
Exercice 1. Activité 1

Donner les racines des équations suivantes :

- $4x^2 - 3x + 7 = 0$
- $2x - x^2 = 12$

Exercice 2. Activité 2

Déterminer les affixes de chaque point.



Exercice 3. Activité 2

À partir des affixes des points précédents **calculer** puis **positionner** dans le plan les images des nombres complexes obtenus

- $z_{10} = z_6 + z_7$
- $z_{11} = z_1 \cdot z_4$
- $z_{12} = \frac{1}{2}(z_5^2 - z_6^2)$

Exercice 4. Activité 3

Déterminer le module et l'argument des points M_1 à M_5 et donner leur forme trigonométrique correspondante $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$. Vous veillerez à vérifier visuellement par rapport au plan complexe la valeur des arguments obtenus.

Exercice 5. Activité 3

En utilisant le tableau ci-dessous donner les modules et argument des nombres complexes $z_1 = \sqrt{3} - i$ et $z_2 = \sqrt{3} + 3i$

	sin	cos	tan
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	∞

Exercice 6. Activité 3

Donner la notation exponentielle des nombres complexes $z_1 = \sqrt{3} - i$ et $z_2 = \sqrt{3} + 3i$

Exercice 7. Activité 4

En utilisant la formule d'Euler déterminer l'expression correcte de $2\sin^3\theta + 5\cos^3\theta$

Cours

I. Les équations du second degré

1. Rappel

Les équations du second degré vues au lycée : $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Big| \quad \text{Si } \Delta > 0 \text{ alors } x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Big| \quad \text{Si } \Delta = 0 \text{ alors une racine double } x_1 = \frac{-b}{2a}$$

$$\text{Si } \Delta < 0 \text{ alors il n'y a pas de racines réelles}$$

2. Avec les nombres imaginaires

Théorème 1

Théorème de d'Alembert Gauss
Une équation de degré m a toujours m racines réelles ou imaginaires

On constate que $\sqrt{-25}$ est un nombre imaginaire et on le note en mathématiques $i\sqrt{25}$ ou encore $5i$. En physique et plus particulièrement en électricité où les nombres imaginaires sont très utilisés, on préfère utiliser $5j$ pour ne pas confondre avec le i de l'intensité.

Définition 1

Soit b un nombre réel alors ib désigne un nombre imaginaire.

$i = \sqrt{-1}$ et donc $i^2 = -1$

Définition 2

Le nombre i désignant les nombres imaginaires vérifie $i^2 = -1$

Résolution d'une équation du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0$ avec $\Delta = b^2 - 4ac$

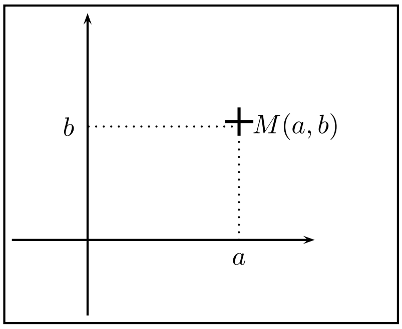
Si $\Delta > 0$ alors $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
Si $\Delta = 0$ alors il y a une racine double $x_1 = \dfrac{-b}{2a}$
Si $\Delta < 0$ alors $x_1 = \dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

II L'ensemble des complexes

1 Définitions

Définition 3-4

On a vu qu'il existait des nombres constitués d'une partie réelle a et d'une partie imaginaire b et que l'on note $z = a + ib$ ce nombre est appelé un **nombre complexe** que l'on peut représenter dans le plan complexe par son **image** le point M d'abscisse a et d'ordonnée b



Définition 5

On dit aussi que l'**affixe** du point $M(a,b)$ est le nombre complexe $z = a + ib$.

Définition 6

a est la **partie réelle** de z que l'on note $a = \mathfrak{Re}(z)$ tandis que b est sa **partie imaginaire** que l'on note $b = \mathfrak{Im}(z)$.

Définition 7

$a + ib$ est la **forme algébrique** du nombre complexe z

2 lignes de niveau

Définition 8

Dans le plan complexe, la **ligne de niveau** k d'une fonction f est l'ensemble des points d'affixe z tels que $f(z) = k$.

- La ligne de niveau k de la fonction $z \longmapsto \mathfrak{Re}(z)$ est l'ensemble des points M du plan d'affixe z dont la partie réelle est k, c'est à dire la droite d'équation $x = k$.
- La ligne de niveau k de la fonction $z \longmapsto \mathfrak{Im}(z)$ est l'ensemble des points M du plan d'affixe z dont la partie imaginaire est k, c'est à dire la droite d'équation $y = k$.

3 Opérations sur les complexes

Propriété 1

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire :

$$z = z' \quad \Leftrightarrow \quad a + ib = a' + ib' \quad \Leftrightarrow \quad a = a' \text{ et } b = b'.$$

Propriété 2

On pose $z = a + ib$, $z' = a' + ib'$ et k un réel, on a :

- $z + z' = (a + a') + i(b + b')$,
- $z - z' = (a - a') + i(b - b')$,
- $kz = ka + ikb$,
- $zz' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)$.

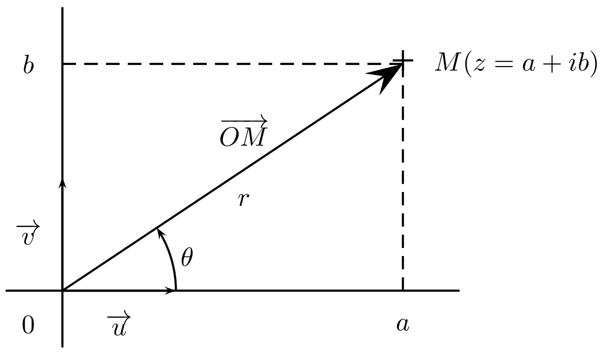
Démonstration de la dernière propriété :

$$\begin{aligned} zz' &= (a + ib)(a' + ib') \\ &= aa' + iab' + ia'b + i^2bb' \\ &= aa' + iab' + ia'b - bb' \\ &= (aa' - bb') + i(ab' + a'b). \end{aligned}$$

III Complexes et géométrie

1 Représentation géométrique

Définissons un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ et plaçons le point M d'affixe $z = a + ib$ et donc de coordonnées $M(a; b)$. On peut donc définir **un vecteur** $\overrightarrow{OM}$ et lui associer **un nombre complexe unique** $z = a + ib$.



Définition 9

On dit aussi que l'**affixe** du vecteur $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est le nombre complexe $z = a + ib$.

De même qu'au vecteur $\overrightarrow{OM}$, on peut associer une norme $||\overrightarrow{OM}|| = \sqrt{a^2 + b^2}$ au nombre complexe z on peut y associer un module.

Définition 10

Le **module** r du complexe z est le réel positif noté $|z|$ tel que $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Pour positionner le point M géométriquement dans le plan on doit utiliser deux coordonnées qui peuvent être les coordonnées cartésiennes a et b ou deux coordonnées qui peuvent être $|z|$ et θ et qui sont des coordonnées polaires. On nommera forme trigonométrique l'écriture du nombre complexe utilisant r et θ.

Définition 11

On appelle **argument** de z tout nombre réel θ tel que $\theta = \arg(z) = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM})[\,2\pi]$

2 Complexe conjugué

Définition 12

On appelle **conjugué** du nombre complexe $z = a + ib$ le nombre $\overline{z} = a - ib$.

Propriété 3

Soit z et z' deux nombres complexes, alors :

- $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$.
- $\overline{z \times z'} = \overline{z} \times \overline{z'}$.
- $\overline{\overline{z}} = z$.
- $z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}$.
- $z \in i\mathbb{R} \iff z = -\overline{z}$.
- $\mathfrak{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$.
- $\mathfrak{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$.

3 Notation exponentielle

Si on utilise le développement en série de Mac Laurin de la forme trigonométrique, on se rend compte que l'on peut écrire un nombre complexe sous une troisième forme

Définition 12

Soit $z = a + ib$ un nombre complexe non nul de module $r = |z|$ et dont un argument est $\theta = arg(z)$.
On note ce nombre z sous la forme $z = r\, e^{i\theta}$.
Cette écriture est appelée **notation exponentielle de** z.

IV Formules de Moivre et d'Euler

1 Formule de Moivre

Théorème 2

Théorème de Moivre
Pour tout entier relatif n et tout nombre complexe z non nul, $|z^n| = |z|^n$ et $arg(z^n) = n \cdot arg(z)[2\pi]$

On peut aussi retenir que

Propriété 4

$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$

2 Formule d'Euler

Théorème 3

Théorème d'Euler
Pour tout nombre réel θ on a $\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

3 Linéarisation de polynômes trigonométriques

Définition 13

Linéariser un polynôme trigonométrique revient à trouver des expressions trigonométriques du premier degré

Propriété 5

Pour tout nombre réel θ on a $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

Complexes **Activité 1**

☐ 0	☐ 0	☐ 0
☐ 1	☐ 1	☐ 1
☐ 2	☐ 2	☐ 2
☐ 3	☐ 3	☐ 3
☐ 4	☐ 4	☐ 4
☐ 5	☐ 5	☐ 5
☐ 6	☐ 6	☐ 6
☐ 7	☐ 7	☐ 7
☐ 8	☐ 8	☐ 8
☐ 9	☐ 9	☐ 9

$\longleftarrow$ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

....

	Questions	Scores à reporter ici
Réaliser Maîtriser les connaissances figurant au programme de mathématiques	▪ 1,6	/
Approprier Employer des sources d'informations	▪ 2,3,4,5,8	/
Raisonner ▪ Trouver une stratégie adaptée à un problème ▪ Mettre en oeuvre une stratégie : ▪ Utiliser de façon approprié des savoir-faire figurant au programme de mathématiques ▪ Argumenter ▪ Analyser la pertinence d'un résultat	▪ 7,9	/
Communiquer ▪ par écrit ▪ par oral	▪ 7,10	/
	Total	/

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

Activité

François Viète (1540 - 1603)

À l'époque de François Viète, le calcul littéral vient d'être découvert par ce mathématicien ainsi que les relations entre coefficients et racines. Il remarque aussi qu'il est toujours possible de construire une équation ayant exactement n racines données. En 1608, Peter Roth prétend que le nombre de racines d'une équation polynomiale est borné par son degré.

Albert Girard (1595 - 1632)

Un premier énoncé correct du théorème fondamental de l'algèbre est donné par Albert Girard, qui, en 1629, dans son traité intitulé Inventions nouvelles en l'algèbre, annonce que :

« Toutes les équations d'algèbre reçoivent autant de solutions que la dénomination de la plus haute quantité le démontre. »

Question 1 Réaliser Développer puis réduire l'équation : $(x-3)(x+4)(x-5)=0$, puis cocher la bonne réponse.

....
....
....
....
....
....
....
....

☐ $x^3+4x^2-17x-60=0$ ☐ $x^3-4x^2+17x+60=0$ ☐ $x^3-4x^2-17x+60=0$

Question 2 Approprier Indiquer le degré de cette équation et justifier votre choix par une phrase

....

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

Question 3 Approprier Donner les racines de cette équation et justifier votre choix par une phrase

....

☐ {3,4,5} ☐ {3,-4,5} ☐ Pas de racines ☐ {-3,4,-5}

Question 4 Approprier En vous aidant du texte indiquer le nombre de racines qu'admet l'équation : $-4x^5+3x^4-12x^3+2x^2-15x=56$

☐ Pas de racines ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6

Question 5 Approprier Combien de racines comporte généralement une équation du second degré

☐ Pas de racines ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

COURS

I. Les équations du second degré

1. Rappel

Les équations du second degré vues au lycée : $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Big| \quad \text{Si } \Delta > 0 \text{ alors } x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Big| \quad \text{Si } \Delta = 0 \text{ alors une racine double } x_1 = \frac{-b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$ alors il n'y a pas de racines réelles

Question 6 Réaliser Combien de racines comporte l'équation $-x^2 + 10x - 40 = 0$

☐ Pas de racine réelle ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

Girolamo Cardano (1501 - 1576)

Les nombres complexes sont nés de confrontations avec des opérations impossibles comme les racines carrées de nombres négatifs. Un des premiers mathématiciens à en imaginer l'existence est Cardan en 1545 dans son Artis magnae sive regulis algebraicus à l'occasion de la résolution de l'équation $x(10 - x) = 40$

dont il donne les solutions sous la forme suivante : 5. p. P_x. m. 15 et 5. m. P_x. m. 15

que l'on peut lire comme $5 + \sqrt{-15}$ et $5 - \sqrt{-15}$

et fait observer que le produit de ces deux nombres donne bien 40 tout en reconnaissant que l'équation est, en toute théorie, impossible à résoudre. Il demande au lecteur de faire preuve d'imagination et appelle ces nombres des quantités sophistiquées.

René Descartes (1596 - 1650)

Dans la Géométrie, René Descartes utilise pour la première fois le terme imaginaire, pour qualifier des racines : « ... quelquefois seulement imaginaires c'est-à-dire que l'on peut toujours en imaginer autant que j'ai dit en chaque équation, mais qu'il n'y a quelquefois aucune quantité qui corresponde à celle qu'on imagine... ». Albert Girard les appelait, pour sa part des inexplicables. Leur compréhension est encore insuffisante pour donner un sens à l'idée d'une démonstration.

Raphaël Bombelli (1526-1572)

Rafaele Bombelli en 1572 dans son Algebra est le créateur indiscutable de la théorie des nombres imaginaires. À côté des signes + et - qu'il appelle piu et meno, il invente deux autres signes, sortes d'opérateurs qui symbolisent l'ajout ou le retrait d'une racine d'un nombre négatif : piu di meno et meno di meno. Ainsi l'expression que l'on note aujourd'hui $2 + i\sqrt{121}$ est notée par Bombelli 2 piu di meno R.q. 121. Il évite ainsi la notation troublante que serait $\sqrt{-121}$. Il définit alors une règle des signes sur le produit de deux quelconques de ces quatre signes. Ainsi, par exemple, meno via meno fà piu (- par - donne +), piu di meno via meno fà meno di meno (+i par - donne -i) et piu di meno via piu di meno fa meno (+i par +i donne -). Il qualifie les quantités qu'il manipule de plus sophistiquées que réelles mais les utilise pour résoudre l'équation du troisième degré $x^3 = 15x + 4$

Question 7 ♣ Raisonner Communiquer L'équation $x(10 - x) = 40$ correspond à l'équation $-x^2 + 10x - 40 = 0$ précédement utilisée. D'après les textes précédents expliquer quel fut le raisonnement de ces grands hommes face à l'adversité de ce type d'équation.

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐

Question 8 Approprier En utilisant les textes historiques quelle est la notation actuelle des solutions de l'équation $x(10-x) = 40$

☐ S={$5+i\sqrt{15}$;$5-i\sqrt{15}$} ☐ aucune ☐ S={$5+\sqrt{-15}$; $5-\sqrt{-15}$} ☐ S=$\emptyset$

COURS

2. Avec les nombres imaginaires

Théorème 1

Théorème de d'Alembert Gauss
Une équation de degré m a toujours m racines réelles ou imaginaires

On constate que $\sqrt{-25}$ est un nombre imaginaire et on le note en mathématiques $i\sqrt{25}$ ou encore $5i$. En physique et plus particulièrement en électricité où les nombres imaginaires sont très utilisés, on préfère utiliser $5j$ pour ne pas confondre avec le i de l'intensité.

Définition 1

Soit b un nombre réel alors ib désigne un nombre imaginaire.

$i=\sqrt{-1}$ et donc $i^2=-1$

Définition 2

Le nombre i désignant les nombres imaginaires vérifie $i^2=-1$

Résolution d'une équation du second degré du type $ax^2+bx+c=0$ avec $\Delta=b^2-4ac$

Si $\Delta>0$ alors $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
Si $\Delta=0$ alors il y a une racine double $x_1=\dfrac{-b}{2a}$
Si $\Delta<0$ alors $x_1=\dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

Question 9 Raisonner En utilisant votre calculatrice formelle, un logiciel de calcul formel ou manuellement ci dessous, résoudre l'équation $5x^2+4x+3=0$
TI-nspire : cPolyRoots($5x^2+4x+3$,x) XCas :csolve($5x^2+4x+3$,x)

....
....
....
....
....
....

☐ S={$\dfrac{-2-i\sqrt{11}}{5}$; $\dfrac{-2+i\sqrt{11}}{5}$} ☐ S={$\dfrac{-2-i\sqrt{11}}{5}$; $\dfrac{+2-i\sqrt{11}}{5}$} ☐ S={$\dfrac{-2-\sqrt{11}}{5}$; $\dfrac{-2+\sqrt{11}}{5}$}
☐ S={$\dfrac{-2-\sqrt{-11}}{5}$; $\dfrac{-2+\sqrt{-11}}{5}$} ☐ S={$\dfrac{-2-i\sqrt{-11}}{5}$; $\dfrac{-2+i\sqrt{-11}}{5}$}

Question 10 Communiquer Conclure sur l'utilité des nombres imaginaires en algèbre et en particulier pour la résolution d'équations

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐

✍✍✍✍✍ N'OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L'AUTOÉVALUATION ✍✍✍✍✍

Complexes **Activité 2**

☐ 0	☐ 0	☐ 0
☐ 1	☐ 1	☐ 1
☐ 2	☐ 2	☐ 2
☐ 3	☐ 3	☐ 3
☐ 4	☐ 4	☐ 4
☐ 5	☐ 5	☐ 5
☐ 6	☐ 6	☐ 6
☐ 7	☐ 7	☐ 7
☐ 8	☐ 8	☐ 8
☐ 9	☐ 9	☐ 9

⟵ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

. . . .

	Questions	Scores à reporter ici
Réaliser Maîtriser les connaissances figurant au programme de mathématiques	• 8	/
Approprier Employer des sources d'informations	• 1,3,6	/

Raisonner
• Trouver une stratégie adaptée à un problème
• Mettre en oeuvre une stratégie :
  ▪ Utiliser de façon approprié des savoir-faire figurant au programme de mathématiques
  ▪ Argumenter
  ▪ Analyser la pertinence d'un résultat
	• 4,5	/

Communiquer • par écrit • par oral	• 2,7	/
	Total	/

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

Question 1 Approprier Représenter les nombres réels par un axe horizontal gradué. Placer les valeurs 0 ;5 ;10 ;-5 ;-10

À quelle transformation géométrique peut-on associer la transformation d'un nombre réel en son opposé.

☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle -90°
☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle 90°
☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle 360°
☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle 180°

Question 2 Communiquer Faire une phrase indiquant à quoi correspond géométriquement la multiplication d'un nombre réel par -1.

. . . .
. . . .
. . . .

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐

Question 3 Approprier L'axe représenté précédement est l'axe des nombres réels, mais on souhaiterai déormais définir un axe perpendiculaire qui permette de définir un plan. Choisir quelle transformation géométrique permet de faire passer un point de l'axe horizontal à un point de l'axe vertical.

☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle -90°
☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle 360°
☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle 90°
☐ À une rotation de centre l'origine 0 et d'angle 180°

Question 4 Raisonner Si l'on associe comme précédement la rotation choisie à une multiplication par un nombre i. Quelle relation issue d'une constatation géométrique permet de trouver la valeur de i . . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐

Question 5 Raisonner Indiquer à quoi correspond alors cet axe vertical.

- ☐ À un axe de l'imagination
- ☐ À l'entraxe
- ☐ À un axe complexe à définir
- ☐ À un axe de nombres réels
- ☐ À l'axe des nombres imaginaires

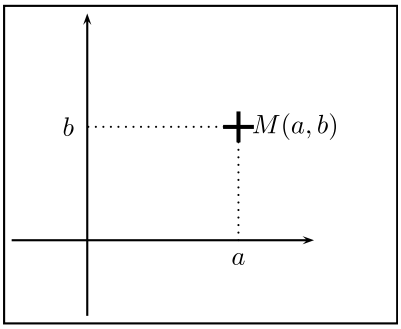
COURS

II L'ensemble des complexes

1 Définitions

Définition 3-4

On a vu qu'il existait des nombres constitués d'une partie réelle a et d'une partie imaginaire b et que l'on note $z = a + ib$ ce nombre est appelé un **nombre complexe** que l'on peut représenter dans le plan complexe par son **image** le point M d'abscisse a et d'ordonnée b



Définition 5

On dit aussi que l'**affixe** du point $M(a, b)$ est le nombre complexe $z = a + ib$.

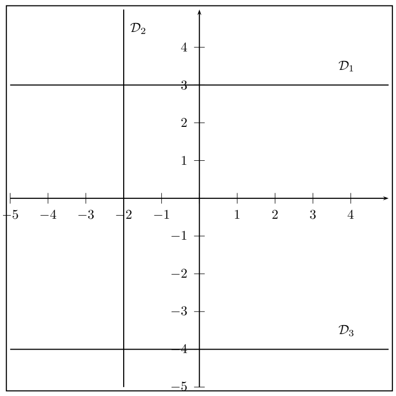
Définition 6

a est la **partie réelle** de z que l'on note $a = \mathfrak{Re}(z)$ tandis que b est sa **partie imaginaire** que l'on note $b = \mathfrak{Im}(z)$.

Définition 7

$a + ib$ est la **forme algébrique** du nombre complexe z

Question 6 ♣ Approprier À partir du plan complexe représenté ci-dessous et des droites $\mathcal{D}_1$,$\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$. Déterminer les fonctions et affixes dont les images appartiennent à ces droites.



- ☐ $z = a + 3i$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Re}(z) = -4$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Im}(z + 3i) = -4$
- ☐ $z = -2 + bi$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Re}(z) = 3$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Re}(z + 2i) = -2$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Im}(z - 4i) = 3$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Im}(z) = -2$
- ☐ $z = a - 3i$
- ☐ $z = 3 + bi$
- ☐ $z = a - 4i$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Im}(z) = -4$
- ☐ $z = a + 4i$
- ☐ $z = -4 + 3i$
- ☐ $z = -2 - 3i$
- ☐ $z = a - 2i$
- ☐ $z = 3 - 2i$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Re}(z + 3) = -2$
- ☐ $z = -4 - 3i$
- ☐ $z = 3 - 4i$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Im}(z + 4) = -4$
- ☐ $z \mapsto \mathfrak{Im}(z) = 3$

☐ $z \mapsto \mathfrak{Im}(z-5) = 3$ ☐ $z = -4 + bi$ ☐ $z = -4 - 2i$ ☐ $z \mapsto \mathfrak{Re}(z) = -2$
☐ $z = -2 + 3i$ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 7 Communiquer Conclure sur l'utilité des nombres imaginaires en géométrie plane

....
....
....
....
....

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐

COURS

2 lignes de niveau

Définition 8

Dans le plan complexe, la **ligne de niveau** k d'une fonction f est l'ensemble des points d'affixe z tels que $f(z) = k$.

- La ligne de niveau k de la fonction $z \longmapsto \mathfrak{Re}(z)$ est l'ensemble des points M du plan d'affixe z dont la partie réelle est k, c'est à dire la droite d'équation $x = k$.
- La ligne de niveau k de la fonction $z \longmapsto \mathfrak{Im}(z)$ est l'ensemble des points M du plan d'affixe z dont la partie imaginaire est k, c'est à dire la droite d'équation $y = k$.

3 Opérations sur les complexes

Propriété 1

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire :

$$z = z' \quad \Leftrightarrow \quad a + ib = a' + ib' \quad \Leftrightarrow \quad a = a' \text{ et } b = b'.$$

Propriété 2

On pose $z = a + ib$, $z' = a' + ib'$ et k un réel, on a :

- $z + z' = (a + a') + i(b + b')$,
- $z - z' = (a - a') + i(b - b')$,
- $kz = ka + ikb$,
- $zz' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)$.

Démonstration de la dernière propriété :

$$\begin{aligned} zz' &= (a + ib)(a' + ib') \\ &= aa' + iab' + ia'b + i^2bb' \\ &= aa' + iab' + ia'b - bb' \\ &= (aa' - bb') + i(ab' + a'b). \end{aligned}$$

Question 8 ♣ Réaliser Soient $z_1 = 4 - 2i$ et $z_2 = -3 + i$ Calculer et verifier ....

....
....
....
....

☐ $z_1^2 + z_2^3 = -10 + 6i$ ☐ $z_1 \cdot z_2 = -10 + 10i$ ☐ $z_1 \cdot z_2 = -12 - 2i$ ☐ $5z_1 - 2z_2 = 26 - 12i$
☐ $5z_1 - 2z_2 = 14 + 8i$ ☐ $z_1^2 + z_2^3 = -6 + 10i$ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

✍✍✍✍✍ N'OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L'AUTOÉVALUATION ✍✍✍✍✍

Complexes **Activité 3**

☐ 0	☐ 0	☐ 0
☐ 1	☐ 1	☐ 1
☐ 2	☐ 2	☐ 2
☐ 3	☐ 3	☐ 3
☐ 4	☐ 4	☐ 4
☐ 5	☐ 5	☐ 5
☐ 6	☐ 6	☐ 6
☐ 7	☐ 7	☐ 7
☐ 8	☐ 8	☐ 8
☐ 9	☐ 9	☐ 9

⟵ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

....

	Questions	Scores à reporter ici
Réaliser Maîtriser les connaissances figurant au programme de mathématiques	▪ 7,9	/
Approprier Employer des sources d'informations	▪ 5,6	/
Raisonner ▪ Trouver une stratégie adaptée à un problème ▪ Mettre en oeuvre une stratégie : ▪ Utiliser de façon approprié des savoir-faire figurant au programme de mathématiques ▪ Argumenter ▪ Analyser la pertinence d'un résultat	▪ 2,3,4,8	/
Communiquer ▪ par écrit ▪ par oral	▪ 1,10	/
	Total	/

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

On a vu précédement qu'un nombre complexe permettait :

- de donner autant de solution à l'équation que son degré ne le suggère,
- de donner à un point d'un plan une valeur complexe unique.

Précisons dans cette activité le rôle que va avoir l'algèbre des complexes en géométrie plane.

Nous avons déjà indiqué que les nombres complexes avaient un rôle très important dans l'écriture des systèmes électriques et électroniques. L'électricité et les systèmes électriques fonctionnent en alternatif sinusoïdal pour une raison majeure. Les systèmes électriques constitués des composants de bases agissent sur l'électricité en la dérivant (dans son sens mathématique) ou à l'inverse en l'intégrant. Mais l'intégration ou la dérivation d'un signal électrique de forme sinusoïdale donne un signal électrique de même forme. On pourrait dire d'une certaine manière que la nature n'agit pas sur la forme d'un signal électrique s'il a la forme d'une onde sinusoïdale. L'électricité a donc été choisie à l'image de la lumière de forme sinusoïdale. Augustin FRESNEL (1788-1827) Physicien français, fondateur de la théorie ondulatoire de la lumière a associé aux ondes de lumière des vecteurs qui portent désormais son nom : Vecteurs de Fresnel. Une géométrie vectorielle a donc été créée pour permettre de réaliser aisément des opérations mathématiques difficiles d'ondes de lumières de mêmes fréquences. Cette géométrie vectorielle a été ensuite exploitée par les électrotechniciens et les électroniciens pour faire des calculs plus aisés sur les grandeurs électriques usuelles. L'utilisation des complexes s'imposait alors.

Question 1 ♣ Communiquer À l'aide d'un schéma rappeller la forme d'un signal sinusoïdal et ses caractéristiques. Expliquer en quelques lignes pourquoi l'algèbre des complexes s'est imposée.

....
....
....
....
....
....
....
....
....

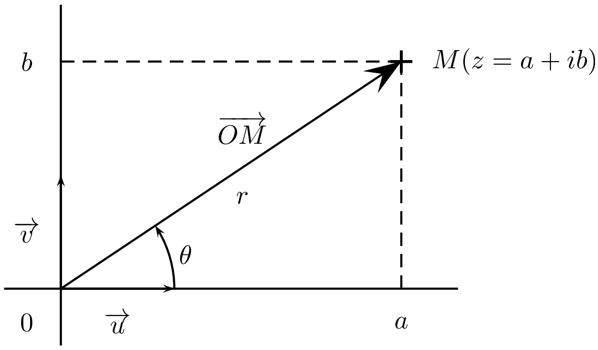
Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

III Complexes et géométrie

1 Représentation géométrique



Définissons un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ et plaçons le point M d'affixe $z = a + ib$ et donc de coordonnées $M(a; b)$. On peut donc définir **un vecteur** $\overrightarrow{OM}$ et lui associer **un nombre complexe unique** $z = a + ib$.

Définition 9

On dit aussi que l'**affixe** du vecteur $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est le nombre complexe $z = a + ib$.

De même qu'au vecteur $\overrightarrow{OM}$, on peut associer une norme $||\overrightarrow{OM}|| = \sqrt{a^2 + b^2}$ au nombre complexe z on peut y associer un module.

Définition 10

Le **module** r du complexe z est le réel positif noté $|z|$ tel que $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Pour positionner le point M géométriquement dans le plan on doit utiliser deux coordonnées qui peuvent être les coordonnées cartésiennes a et b ou deux coordonnées qui peuvent être $|z|$ et θ et qui sont des coordonnées polaires. On nommera forme trigonométrique l'écriture du nombre complexe utilisant r et θ.

Définition 11

On appelle **argument** de z tout nombre réel θ tel que $\theta = \arg(z) = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM})[\,2\pi]$

Question 2 ♣ Raisonner À partir de la représentation graphique du cours et de vos connaissances de trigonométrie ou des relations dans le triangle indiquer les relations correctes.

- ☐ $\theta = \arctan(\frac{b}{a})$
- ☐ $\cos\theta = \frac{a}{|z|}$
- ☐ $\sin\theta = \frac{b}{|z|}$
- ☐ $\sin\theta = \frac{|z|}{b}$
- ☐ $\theta = \arctan(\frac{a}{b})$
- ☐ $\tan\theta = \frac{a}{b}$
- ☐ $\cos\theta = \frac{|z|}{a}$
- ☐ $\tan\theta = \frac{b}{a}$
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 3 Raisonner En déduire l'écriture polaire correcte d'un nombre complexe

- ☐ $z = \sin\theta + i\cos\theta$
- ☐ $z = r\cos\theta + ir\sin\theta$
- ☐ $z = r\cos\theta + i\sin\theta$
- ☐ $z = r\tan\theta + ir\tan\theta$
- ☐ $z = \cos\theta + i\sin\theta$
- ☐ $z = r\sin\theta + ir\cos\theta$

Question 4 ♣ Raisonner Indiquer les expressions correctes permettant d'obtenir les valeurs algébriques à partir des valeurs trigonométriques

- ☐ $b = \cos\theta$
- ☐ $b = i\cos\theta$
- ☐ $a = r\sin\theta$
- ☐ $a = \sin\theta$
- ☐ $b = r\sin\theta$
- ☐ $b = ir\sin\theta$
- ☐ $a = r\cos\theta$
- ☐ $b = r\tan\theta$
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 5 ♣ Approprier Si on pose $z = a + ib$ et $\overline{z} = a - ib$ quelle sont les égalités correctes

....

....

....

☐ $z \cdot \overline{z} = a^2 - b^2$ ☐ $\arg(z) = -\arg(\overline{z})$ ☐ $z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2$ ☐ $\arg(z) = \arg(\overline{z})$
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

2 Complexe conjugué

Définition 12

On appelle **conjugué** du nombre complexe $z = a + ib$ le nombre $\overline{z} = a - ib$.

Propriété 3

Soit z et z' deux nombres complexes, alors :

- $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$.
- $\overline{z \times z'} = \overline{z} \ \times \overline{z'}$.
- $\overline{\overline{z}} = z$.
- $z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}$.
- $z \in i\mathbb{R} \iff z = -\overline{z}$.
- $\mathfrak{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$.
- $\mathfrak{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$.

3 Notation exponentielle

Si on utilise le développement en série de Mac Laurin de la forme trigonométrique, on se rend compte que l'on peut écrire un nombre complexe sous une troisième forme

Définition 12

Soit $z = a + ib$ un nombre complexe non nul de module $r = |z|$ et dont un argument est $\theta = arg(z)$.
On note ce nombre z sous la forme $z = r\,e^{i\theta}$.
Cette écriture est appelée **notation exponentielle de** z.

Question 6 Approprier Donner l'expression correcte du conjugué de la forme exponentielle

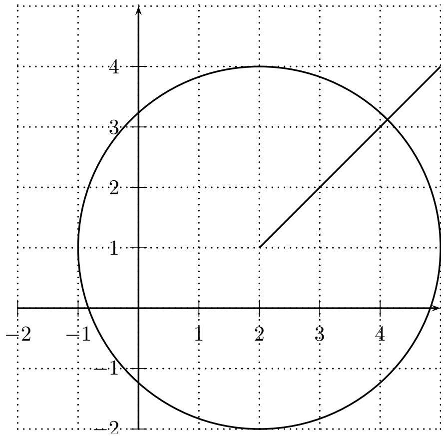
☐ $\overline{z} = e^{-i\theta}$ ☐ $\overline{z} = -r\,e^{i\theta}$ ☐ $\overline{z} = r\,ie^{-i\theta}$ ☐ $\overline{z} = -r\,ie^{\theta}$ ☐ $\overline{z} = r\,e^{-i\theta}$
☐ $\overline{z} = r\,e^{-\theta}$

Question 7 ♣ Réaliser Donner les formes algébriques correspondantes aux formes complexes suivantes : $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ $z_2 = 3e^{i\frac{\pi}{2}}$ $z_3 = 4e^{i\frac{4\pi}{6}}$ On rappelle :

	sin	cos	tan
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	∞

☐ $z_3 = 2(\sqrt{3} + i)$ ☐ $z_3 = 2(1 + i\sqrt{3}$ ☐ $z_1 = \sqrt{3} + i$ ☐ $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ☐ $z_2 = 3i$
☐ $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ ☐ $z_2 = 1 + 3i$ ☐ $z_3 = 2 + i\sqrt{3}$ ☐ $z_2 = 3$
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

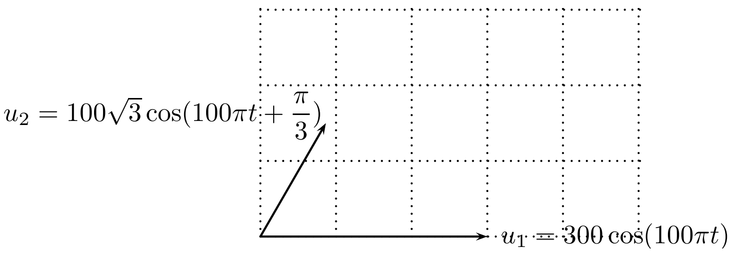
Question 8 ♣ Raisonner Lors de l'activité précédente, on a vu les lignes de niveau. Afin d'utiliser le plan complexe, on cherche à définir à quoi peuvent correspondre des figures simples comme la demi-droite et le cercle. À partir du point M_0 d'affixe $z_0 = 2 + i$



Déterminer les fonctions correspondant à ces deux figures.

☐ $z \mapsto \arg(z_0) = \dfrac{\pi}{4}$ ☐ $z \mapsto \arg(z - z_0) = \dfrac{\pi}{6}$ ☐ $z \mapsto |z - z_0| = 3$ ☐ $z \mapsto |z - 3| = z_0$
☐ $z \mapsto |z_0| = 3$ ☐ $z \mapsto \arg(z - z_0) = \dfrac{\pi}{4}[2\pi]$ ☐ $z \mapsto \arg(z - \dfrac{\pi}{4}) = z_0$
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 9 ♣ Réaliser Soient les tensions alternatives sionusoïdales $u_1 = 300\cos(100\pi t)$ et $u_2 = 100\sqrt{3}\cos(100\pi t + \dfrac{\pi}{3})$ mesurées sur deux dipôles en séries connectés sur le secteur (50 Hz) À l'instant initial ($t = 0$) on représente ces valeurs par deux vecteurs de Fresnel respectant la proportionnalité de la norme (300Vet 173V) et de la phase (0 et $\dfrac{\pi}{3}$).



Sur la figure ci dessus, compléter pour obtenir la tension totale. À partir de votre résultat graphique déterminer la tension totale aux bornes des deux dipôles et choisir la valeur correcte.

☐ $u = 381\cos(100\pi t + 0,40)$ ☐ $u = 385\cos(100\pi t + 0,41)$ ☐ $u = 376\cos(100\pi t + 23)$
☐ $u = 380\cos(100\pi t + 25)$ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 10 ♣ Communiquer Proposer une méthode algébrique permettant de résoudre plus simplement ce problème.

....
....
....
....
....
....

Appeler le professeur pour expliquer oralement vos propositions

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

✍✍✍✍✍ N'OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L'AUTOÉVALUATION ✍✍✍✍✍

Complexes **Activité 4**

☐ 0	☐ 0	☐ 0
☐ 1	☐ 1	☐ 1
☐ 2	☐ 2	☐ 2
☐ 3	☐ 3	☐ 3
☐ 4	☐ 4	☐ 4
☐ 5	☐ 5	☐ 5
☐ 6	☐ 6	☐ 6
☐ 7	☐ 7	☐ 7
☐ 8	☐ 8	☐ 8
☐ 9	☐ 9	☐ 9

$\longleftarrow$ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et écrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

....

	Questions	Scores à reporter ici
Réaliser Maîtriser les connaissances figurant au programme de mathématiques	▪ 4,5,7	/
Approprier Employer des sources d'informations	▪ 1	/
Raisonner ▪ Trouver une stratégie adaptée à un problème ▪ Mettre en oeuvre une stratégie : ▪ Utiliser de façon approprié des savoir-faire figurant au programme de mathématiques ▪ Argumenter ▪ Analyser la pertinence d'un résultat	▪ 2,3	/
Communiquer ▪ par écrit ▪ par oral	▪ 6	/
	Total	/

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements influent sur la notation
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

Question 1 ♣ Approprier Rappeller les trois notations différentes d'un nombre complexe.

☐ $z = (\overline{a}) + i\overline{b}$ ☐ $z = r\cos\theta + ir\sin\theta$ ☐ $z = arg(a) + i \cdot arg(b)$ ☐ $z = r\sin\theta + ir\cos\theta$
☐ $z = \theta\, e^{ir}$ ☐ $z = arg(a) + i\overline{z}$ ☐ $z = r\tan\theta + ir\tan\theta$ ☐ $z = r\, e^{i\theta}$ ☐ $z = r\, e^{i\overline{\theta}}$
☐ $z = r\cos\theta + i\sin\theta$ ☐ $z = a + ib$ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

IV Formules de Moivre et d'Euler

1 Formule de Moivre

Théorème 2

Théorème de Moivre
Pour tout entier relatif n et tout nombre complexe z non nul, $|z^n| = |z|^n$ et $arg(z^n) = n \cdot arg(z)[2\pi]$

On peut aussi retenir que

Propriété 4

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$$

2 Formule d'Euler

Théorème 3

Théorème d'Euler
Pour tout nombre réel θ on a $\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

Question 2 Raisonner Démontrer simplement la formule de Moivre en utilisant la notation exponentielle d'un nombre complexe et les propriétés des nombres complexes

....
....
....
....
....
....

Appeler le professeur pour lui montrer votre démonstration

Ne pas cocher $\longrightarrow$ ☐ ☐

Question 3 Raisonner Démontrer simplement la formule d'Euler en utilisant la notation exponentielle et trigonométrique d'un nombre complexe et de son conjugué

....
....
....
....
....
....

Appeler le professeur pour lui montrer votre démonstration

Ne pas cocher $\longrightarrow$ ☐ ☐

Question 4 ♣ Réaliser En utilisant la formule de Moivre trouver la valeur correcte de $\cos(2\theta)$ et $\sin(2\theta)$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

☐ $\sin(2\theta) = 2i\cos(\theta)\sin(\theta)$ ☐ $\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)$ ☐ $\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) + i\sin^2(\theta)$
☐ $\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$ ☐ $\cos(2\theta) = \cos(\theta) + \cos(\theta)$ ☐ $\sin(2\theta) = \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)$
☐ $\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$ ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

COURS

3 Linéarisation de polynômes trigonométriques

Définition 13

Linéariser un polynôme trigonométrique revient à trouver des expressions trigonométriques du premier degré

Propriété 5

Pour tout nombre réel θ on a $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

Question 5 Réaliser Déduire la valeur de $\cos^2\theta$ et $\sin^2\theta$ puis donner la valeur correcte de la linéarisation du polynôme trigonométrique $2\cos^2\theta + 3\sin^2\theta$

☐ $2\cos^2\theta + 3\sin^2\theta = \dfrac{5}{2}$ ☐ $2\cos^2\theta + 3\sin^2\theta = \frac{5}{2}(1-\cos 2\theta)$ ☐ $2\cos^2\theta + 3\sin^2\theta = \frac{1}{2}(5-\cos 2\theta)$

☐ $2\cos^2\theta + 3\sin^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$

Question 6 Communiquer $e^{i\pi}+1=0$, *formule connue sous le nom d'identité d'Euler, est qualifiée de formule la plus remarquable des mathématiques, car elle réunit en seulement 7 caractères l'addition, la multiplication, l'exponentiation, l'égalité et les constantes remarquables 0, 1,* e, i *et* π. *En 1988, les lecteurs de The Mathematical Intelligencer l'ont désignée comme la plus belle formule mathématique de tous les temps.* Démontrer cette équation puis expliquer ce cours extrait de Wikipédia.

Appeler le professeur pour lui montrer votre explication

Ne pas cocher ⟶ ☐ ☐

Question 7 Réaliser En utilisant la formule d'Euler déterminer l'expression correcte de $\cos^3\theta$

☐ $\cos^3\theta = \cos\theta + \cos 3\theta$ ☐ $\cos^3\theta = \cos\theta - \cos 3\theta$ ☐ $\cos^3\theta = \dfrac{3}{4}\cos\theta + \dfrac{1}{4}\cos 3\theta$

☐ $\cos^3\theta = \dfrac{4}{3}\cos 3\theta$

✍✍✍✍✍ N'OUBLIEZ PAS DE COMPLÉTER L'AUTOÉVALUATION ✍✍✍✍✍