**Calculs d’incertitudes**

**Exemple 1**

On a mesuré la tension U aux bornes d’un conducteur ohmique et l’intensité I du courant le traversant afin de calculer la puissance électrique **P = U I** correspondante.

On a mesuré les grandeurs U et I avec les incertitudes suivantes : U = (2,40 ± 0,05) V et I = (0,50 ± 0,01) A

L’incertitude relative sur la puissance est $\frac{U(P)}{P}=\sqrt{\left(\frac{U(U)}{U}\right)^{2}+\left(\frac{U(I)}{I}\right)^{2} }$ .

L’incertitude sur la puissance est ainsi donnée par : U(P) $=P\sqrt{\left(\frac{U(U)}{U}\right)^{2}+\left(\frac{U(I)}{I}\right)^{2} }$

On a ainsi : A.N. : P = 2,40 x 0,50 = 1,20 W

 U(P) $=1,20\sqrt{\left(\frac{0,05}{2,40}\right)^{2}+\left(\frac{0,01}{0,50}\right)^{2} }$= 0,04 W en majorant

On peut conclure que P = (1,20 ± 0,04) W

**Exemple 2**

On a mesuré l’intensité I du courant traversant un conducteur ohmique de résistance R afin de calculer la puissance électrique dissipée **P = R I²** correspondante.

On a mesuré I avec l’incertitude suivante : I = (0,743 ± 0,010) A

Le valeur de la résistance R = 100 Ω du conducteur ohmique est connue à 5 % près soit R = (100 ± 5) Ω

L’incertitude relative sur la puissance est $\frac{U(P)}{P}=\sqrt{\left(\frac{U(R)}{R}\right)^{2}+4\left(\frac{U(I)}{I}\right)^{2} }$ .

L’incertitude sur la puissance est ainsi donnée par : U(P) $=P\sqrt{\left(\frac{U(R)}{R}\right)^{2}+4\left(\frac{U(I)}{I}\right)^{2} }$

On a ainsi : A.N. : P = 100 x 0,743² = 55,2 W

 U(P) $=55,2 \sqrt{\left(\frac{5}{100}\right)^{2}+4\left(\frac{0,010}{0,743}\right)^{2} }$= 3,2 W en majorant

On peut conclure que P = (55,2 ± 3,2) W

**Exemple 3**

On a effectué le dosage par titrage d’un volume VA  d’une solution d’acide de concentration cA  par une solution de base de concentration cB. Le volume de base versée à l’équivalence est VB.

On peut ainsi déduire la concentration de l’acide avec la relation : $c\_{A}=\frac{c\_{B }V\_{B}}{V\_{A}}$

Les valeurs sont connues avec les incertitudes suivantes :

cB = (0,100 ± 0,002) mol.L-1 VA = ( 20,0 ± 0,1) mL VB = ( 11,8 ± 0,1) mL

L’incertitude relative sur la concentration d’acide est $\frac{U(c\_{A})}{c\_{A}}=\sqrt{\left(\frac{U(c\_{B})}{c\_{B}}\right)^{2}+\left(\frac{U(V\_{B})}{V\_{B}}\right)^{2}+\left(\frac{U(V\_{A})}{V\_{A}}\right)^{2} }$ .

L’incertitude sur la puissance est ainsi donnée par : $ U(c\_{A})=c\_{A }\sqrt{\left(\frac{U(c\_{B})}{c\_{B}}\right)^{2}+\left(\frac{U(V\_{B})}{V\_{B}}\right)^{2}+\left(\frac{U(V\_{A})}{V\_{A}}\right)^{2} }$

On a ainsi : A.N. : $c\_{A}=\frac{0,100 x 11,8}{20,0}$ = 5,90 . 10-2 mol.L-1

$U(c\_{A})=5,90.10^{-2}\sqrt{\left(\frac{0,002}{0,100}\right)^{2}+\left(\frac{0,1}{11,8}\right)^{2}+\left(\frac{0,1)}{20,0}\right)^{2} }$ = 1,4.10-3 mol.L-1 = 0,14.10-2 mol.L-1

On peut conclure que cA = (5,94 ± 0,14) 10-2 mol.L-1

**Exemple 4**

*On a prélevé un volume V= 20 mL d’acide de concentration c = 1,00.10-2 mol.L-1.*

*Les valeurs de V et c sont mesurées avec les incertitudes suivantes :*

*V = (20,0 ± 0,1) mL = ( 20,0 ± 0,1). 10-3 L et c = (1,00 ± 0,02).10-2 mol.L-1.*

Calculer la quantité de matière n correspondante exprimée avec son incertitude sachant que l’incertitude relative sur la quantité de matière n est donnée par $\frac{U(n)}{n}=\sqrt{\left(\frac{U(c)}{c}\right)^{2}+\left(\frac{U(V)}{V}\right)^{2} }$ et que l’incertitude sur la quantité de matière est donnée par : U(n) $=n\sqrt{\left(\frac{U(c)}{c}\right)^{2}+\left(\frac{U(V)}{V}\right)^{2} }$

**Exemple 5**

*En optique, en utilisant la figure de diffraction créée par un cheveu éclairé par un laser, on peut calculer le diamètre d de ce cheveu. Il suffit pour cela de connaître la longueur d’onde λ du laser, la distance D séparant le cheveu de l’écran et la largeur l de la tache de diffraction sur l’écran.*

*On déduit le diamètre du cheveu par la relation* $d= \frac{2λD}{l}$

*On suppose que la valeur de la longueur d’onde du laser est connue précisément : λ = 632,8 nm*

*D= 3,00 m ± 0,01 m et l= (5,1±0,1) cm*

 *L’incertitude relative sur la valeur d obtenue est donnée par la relation :*$$\frac{U(d)}{d} = \sqrt{\left(\frac{U(λ)}{λ}\right)^{2}+\left(\frac{U(D)}{D}\right)^{2}+\left(\frac{U(l)}{l}\right)^{2}}$$

Calculer le diamètre d en micromètres du cheveu en exprimant l’incertitude sur le résultat.

**Exemple 6**

*On peut déterminer la masse m d’aspirine contenue dans une solution de volume VA = (100,0  0,1) mL en titrant cette solution par une solution aqueuse d’hydroxyde de sodium (Na+(aq) + HO−(aq)) de concentration molaire
cB = (1,00  0,02)×10−2moL.L-1 . Le volume VE de solution aqueuse d’hydroxyde de sodium versé pour atteindre l’équivalence est VE = (10,7  0,1) mL.*

*La masse molaire de l’aspirine est Masp = 180,0 g.mol-1*

*La relation permettant d’obtenir la masse d’aspirine est* ***m= 5. cB.VE.Maspirine***

*Si on considère la masse molaire de l’aspirine comme connue exactement, l’incertitude relative sur la masse m est donnée par la relation :*

$$\frac{U(m)}{m} = \sqrt{\left(\frac{U(V\_{E})}{V\_{E}}\right)^{2}+\left(\frac{U(c\_{B})}{c\_{B}}\right)^{2}}$$

Calculer la masse m en mg d’aspirine présente dans la solution en exprimant l’incertitude sur le résultat.

**Exemple 7**

*La concentration massique d’une espèce en solution est donnée par la relation* $c\_{m}= \frac{64,1 c V\_{E}}{V}$

*V = (20,00  0,05) mL*

*c = (1,00  0,01)×10–2 mol.L-1*

*VE = (6,28  0,05) mL*

*Déterminer l’incertitude relative* $\frac{U(c\_{m})}{c\_{m}}$ *dont on admet que, dans les conditions de l’expérience, elle satisfait à :* $\left(\frac{U(c\_{m})}{c\_{m}}\right)^{2}= \left(\frac{U(V\_{E})}{V\_{E}}\right)^{2}+\left(\frac{U(c)}{c}\right)^{2}$*.*

Déterminer l’incertitude sur la concentration massique.

En déduire un encadrement de la concentration massique Cm .