

Construction du nombre au cycle 1

Sommaire

- Introduction
- Les difficultés des élèves en maternelle
- Programmes 2015
- Définition des notions relatives au nombre
- Mise en place des apprentissages mathématiques
- Synthèse

Constats

- Evaluations internationales
 - PISA 2015
 - Résultats TIMSS 2015
- Difficultés au cycle 3
- Rôle majeur de l'école maternelle

Analyse des difficultés

➤ Visionnage vidéo



➤ Bilan



Que mettre en place pour aider les élèves à surmonter ces difficultés?

Analyse des difficultés

Consignes/relances de l'enseignante		Activité de l'élève : réussit-il la tâche demandée ?	Quelle difficulté rencontre-t-il ?	Notion liée au nombre
DIFFICULTE n°1	<p><u>Sherina</u> Combien peut-on mettre de marrons dans la boîte ? Vous prenez vos barquettes pour aller chercher juste ce qu'il faut.</p>	Non, il reste des marrons dans la barquette.	La boîte étant laissée sur place, <u>Sherina</u> rapporte trop de marrons.	Non compréhension de la suite numérique
	<p><u>Sherina</u> Quel chapeau tu vas mettre ?</p>	Non, elle n'associe pas les chapeaux qui ont le même nombre de ronds ; mais elle met le nombre de bouchons correspondant au nombre de ronds (uniquement pour la grande image).	Elle dit : « 1-2-3-4 » puis « 1-2-3 ». Les deux énoncés sont pareils pour elle, elle ne fait de distinction entre les deux et ne considère pas que les deux quantités sont différentes.	Association comptage/cardinal/ quantité non effectuée
	<p>Loïc On prend sa barquette. On regarde bien. Allez chercher les bouchons.</p>	Oui, il va chercher le nombre exact de bouchons.	Il ne répond pas correctement à la question « Combien ? » : il dit « 1-2 » au lieu de répondre 2.	
DIFFICULTE n°2	<p>Tatiana Comment faire 7 avec les doigts ? Est-ce qu'avec mon autre main, je pourrais montrer les doigts pour avoir 7 ? Avec l'autre main, je ne sais pas combien je vais prendre de doigts mais j'en voudrais 7.</p>	Elle montre 5 + 2 à chaque fois. Le groupe ne réussit pas : il est « bloqué »	N'arrive pas à décomposer 7 en 4 + 3. Elle dit à l'enseignante : « Il faudrait que tu... » en montrant le 5 ^{ième} doigt pour qu'elle le lève.	Relation entre les nombres

Analyse des difficultés

DIFFICULTE n°3	<p>Lory-Ann Il faut qu'il y en ait autant que de ronds.</p>	Oui, mais la maîtresse pose la question suivante : « Ce n'est pas la même taille mais est-ce que c'est important ? »	Taille différente = quantité différente	
	<p>Sherina Autant de bouchons que de points.</p>	Oui.	« Il a mis un violet, un rose, deux bleus. » ⇒ Couleurs différentes = quantité différente	
	<p>Tatiana Compter le nombre de ronds de la chenille. Si je compte par là et par là, je vais en compter combien ?</p>	12 et 12 mais ont besoin de vérifier en comptant en commençant par la droite et par la gauche.	Commencer à compter dans un sens ou dans l'autre = quantité toujours identique	
	<p>Dylan Compte pour vérifier combien il y a de bouchons. Tu vérifies en comptant le nombre de points sur la coccinelle ? Compte le nombre de ronds sur le parapluie.</p>	Comptage des bouchons réussi : 5 Comptage sur la coccinelle : réussit la 2 ^{ème} fois. Comptage sur le parapluie : non réussi	Dit « 1-2-3 » puis « 1-2-3-4-5 » Dit « 1-2-3-4-7-8 » ⇒ Suite numérique non stabilisée	Lien suite numérique - quantité
	<p>Yacine Essaie de compter en allant doucement. Est-ce que c'est pareil ?</p>	Non lors des premiers comptages. Oui, après explicitation de la procédure par un camarade, puis l'enseignante.	« Il va trop vite. Il oublie des cases. » ⇒ Ne pointe pas à chaque mot-nombre énoncé	
	<p>Reeze « Juste ce qu'il faut de voyageurs »</p>	Compter le nombre de sièges vides puis aller chercher le nombre de voyageurs correspondant : non réussi	Se trompe lors du comptage des sièges vides : recompte certains sièges. ⇒ Organisation du dénombrement	
	<p>Enzo Est-ce que vous êtes d'accord ?</p>	Non, il manque un voyageur.	Il oublie de compter un siège vide. ⇒ Organiser du dénombrement	
	<p>Thibault Combien d'œufs dans le panier ? Je t'en ai donné combien au départ ? Pourquoi tu en as rajouté 8 ? Et celui-là, tu ne le comptes pas ?</p>	Réussit à compléter 4 + 8 pour faire 12. Compte 11 deux fois puis, après la dernière question de l'enseignante, réussit à compter 12.	Il oublie un œuf. ⇒ Organisation du dénombrement	

Les raisons des difficultés (1)

- Le nombre se construit en même temps que les mots et les symboles
- Plusieurs quantités peuvent représenter le même nombre :
 - 5 éléphants = 5 souris
 - 3 bouchons bleus = 3 bouchons verts

Complexité du passage nombre - quantité

Les raisons des difficultés (2)

- Suite numérique exprime une quantité qui augmente

Complexité du passage oral - quantité

- Représenter une quantité par un chiffre n'est pas naturel

**Complexité du passage
quantité - écriture chiffrée**

Les raisons des difficultés (3)

➤ Comprendre les relations entre les nombres :

- 4 voitures = 3 voitures et 1 voiture, ou 2 et 2 voitures
- 5 voitures : c'est 1 voiture de plus par rapport à 4
- 3 voitures : c'est 1 voiture de moins par rapport à 4

Programmes 2015

- **Construire les premiers outils pour structurer sa pensée**
 - **Découvrir les nombres et leurs utilisations**

« La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. »

Programmes 2015

4 dimensions :

- Construire le nombre pour exprimer les quantités
- Stabiliser la connaissance des petits nombres
- Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position
- Construire des premiers savoirs et savoir-faire avec rigueur

Les attendus de fin de cycle

➤ Utiliser les nombres

- Évaluer et **comparer des collections** d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.
- Réaliser une collection dont le cardinal est donné.
Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- **Utiliser le nombre pour exprimer la position** d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- **Mobiliser des symboles** analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites **sur une quantité**.

Les attendus de fin de cycle

➤ Étudier les nombres

- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales. Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.

Qu'est-ce qu'un nombre entier ?

- Il indique une quantité, c'est l'étiquette d'une classe d'équivalence, dans laquelle il y a une infinité de collections :
 - **aspect cardinal du nombre**
- Il permet de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets :
 - **aspect ordinal du nombre (1^{er}, 2^{ème}, 3^{ème}...)**
- Enfin, on l'utilise fréquemment pour nommer ou identifier de manière particulière un « objet ».
 - **aspect nominal du nombre**

Compter, c'est savoir...

- Dire combien il y a d'objets dans une collection.
- Donner le nombre d'objets demandés.
- Avoir une compréhension fine et complète du concept de nombre.
- Pouvoir aussi entrer efficacement dans le calcul.

**Compter c'est donc savoir
décomposer des nombres et les recomposer
pour élaborer des stratégies de calcul.**

Les types de procédures

Procédures non numériques

L'estimation perceptive
et globale

Comparer: image mentale

Exemples: pareil/pas pareil
beaucoup/pas beaucoup
plus que/moins que

La correspondance
terme à terme

Comparer : « je pointe »
Compléter une collection
Constituer une collection
équipotente

Les types de procédures

Procédures numériques

Dénombrement/Comptage:
lien entre quantité
comptée et mot-nombre

Reconnaissance
globale de quantités
+ groupements.

Construction d'une
collection-témoin :
décomposition

Comptage : suite
numérique

Subitizing : perception
globale de très petites
quantités.

Comptage dénombrement

Comptage numérotage

Organisée ou non

Dénombrer:

Deux façons de dénombrer une collection de livres

→ CONSTRUCTION D'UNE COLLECTION-TÉMOIN DE DOIGTS
DÉCRITE VERBALEMENT PAR UNE DÉCOMPOSITION :



Un,



un,



un,



et un...



Quatre.

→ LE COMPTAGE :



Un,



deux,



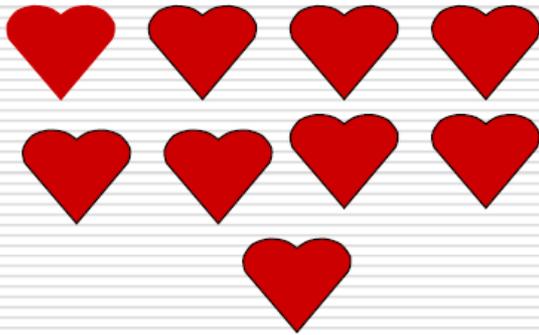
trois,



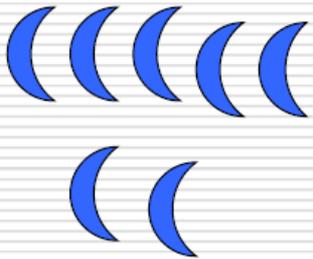
quatre...

Quatre.

Reconnaissance globale de quantités



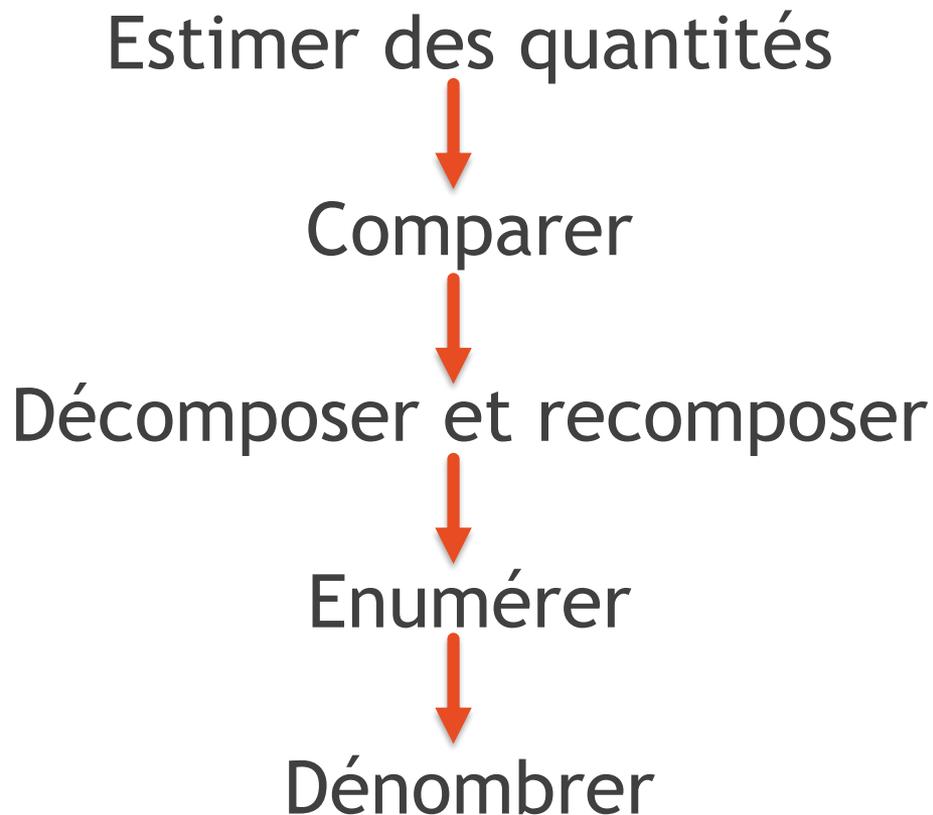
Quatre et quatre, huit
huit et un, neuf!



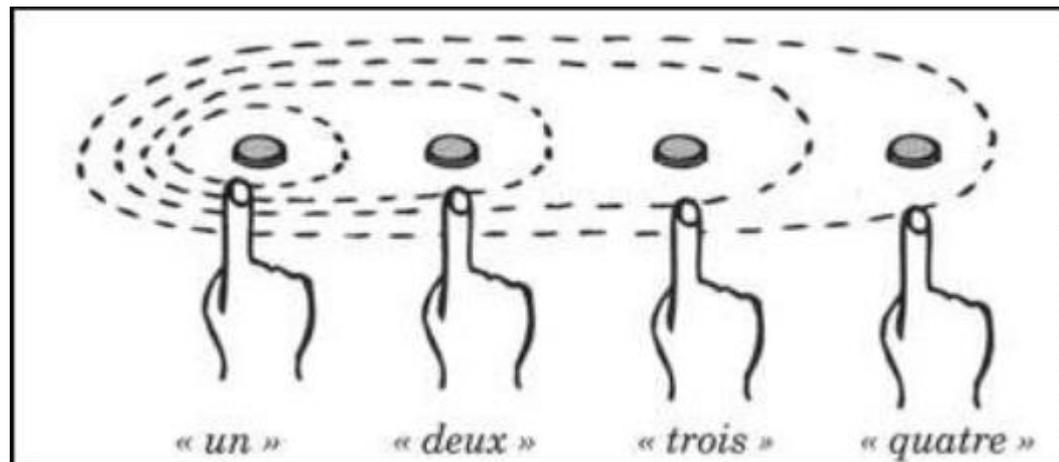
Cinq, six, sept!
Cinq et deux, sept!

Enjeux construction du nombre

De la Petite Section à la Grande Section,
l'enfant va progressivement :



Recommandation :
Insister sur
le « comptage dénombrement »
plutôt que sur
le « comptage numérotage ».



Premiers pas vers les maths, R. Brissiaud, Retz

Comment apprendre à compter en insistant sur la quantité représentée ?

➤ Comptage dénombrement

On prend des crayons que l'on met dans une boîte, des poupons dans un berceau, des voitures dans une boîte, des fruits dans un casier ...

Et l'on dit, **quand on pose l'objet dans le récipient (et non quand on le prend)**, le nombre correspondant à la quantité.



Pour les quantités inférieures à trois, puis à cinq, on dit:

« 1 et encore 1, cela fait 2, et encore 1, cela 3... »

Si on compte des quantités plus importantes, il reste nécessaire, pour éviter le numérotage, d'utiliser l'unité :

« 1 ours, 2 ours, 3 ours... »

Toujours être vigilant au moment où l'on oralise le nombre correspondant à la quantité.



Le comptage-numérotage

Donne l'illusion de progrès car :

- les élèves connaissent la comptine numérique
- l'adulte pense que les élèves savent nommer une collection
- l'adulte pense que les élèves savent comparer deux quantités

Inscrire les apprentissages dans la durée

- Situations rituelles
- Situations fonctionnelles
- Situations construites

Les situations rituelles

Elles se répètent régulièrement,
voire quotidiennement...

A inscrire dans l'emploi du temps !

Ce sont des « situations repères » mais elles
ne sont pas suffisantes :

↳ elles ne constituent pas à elles seules
l'enseignement des mathématiques à la
maternelle.

Exemples de situations rituelles (1)

- **Greli-Grelo** : l'enseignant place 2 jetons dans sa main droite, la ferme, puis place 1 jeton dans sa main gauche. Il réunit ses 2 mains en chantant « Greli-Grelo, combien j'ai de sous dans mon sabot? ».
- **Bande numérique** :
 - sortir les objets du sac à surprises et placer une pince à linge sur la case de la bande numérique
 - cacher un nombre et dire le nom de ce nombre caché
 - lire les nombres dans l'ordre, dans le désordre (=>fusée).
 - ranger les nombres (une pancarte par enfant).
 - dictée de nombres

Exemples de situations rituelles (2)

- **Les feutres** : « Dans cette boîte, j'ai... feutres ; dans cette boîte, j'ai... capuchons. Y a-t-il assez de capuchons pour boucher tous les feutres? »
- **Cartons éclairs** : l'enseignant montre pendant 3 secondes une carte (constellation du dé, de doigts), dire ou montrer le nombre avec des doigts.
- **Le nombre mystère** : un enfant choisit un nombre, aux autres de le trouver en proposant un nombre (réponse de type : « c'est plus petit/plus grand »).

Les situations fonctionnelles

Elles sont liées à la vie de la classe.

Ce sont des situations faciles à comprendre et qui n'ont pas d'objectifs d'apprentissages.

Elles sont un prétexte à l'activité mathématique : engagement des élèves favorisé dans un but précis.

Exemples de situations fonctionnelles

En classe :

- ❑ le distributeur : « Il faut un crayon à papier par enfant, ramène le nombre de crayons pour qu'il y en ait pour chacun. »
- ❑ Au coin-jeu : en autonomie: mettre le couvert pour les poupons, ranger les voitures dans le parking...
- ❑ Lors d'un anniversaire : distribuer un gobelet par enfant, deux bonbons...

Exemples de situations fonctionnelles

En salle de jeux :

- ❑ La chaîne variée: former une chaîne humaine comportant le nombre d'enfants correspondant au nombre dit.
« Mettez-vous deux par deux, faites des groupes de 4, ... »
- ❑ La course aux consignes : aller chercher un nombre précis d'objets
« Va chercher 3 cerceaux », « Chloé, Lucas et Amine n'ont pas de foulards, qui va chercher le nombre de foulards manquants? »
- ❑ La mémoire numérique : le meneur tape 3 fois dans ses mains, les joueurs vont chercher 3 objets, font 3 tours, avancent de 3 pas...

Les situations construites

Elles sont élaborées par l'enseignant.

Ce sont des situations-problèmes qui s'appuient sur un jeu, sur un matériel, une activité « écrite ».

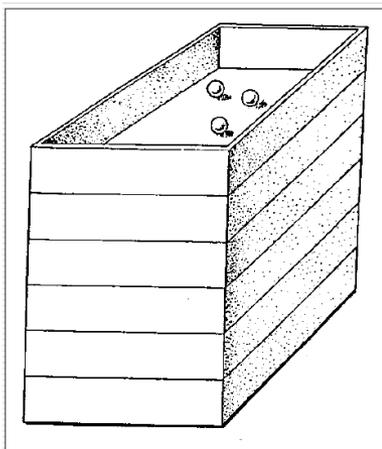
Elles visent des objectifs précis.

Manipuler pour donner du sens aux nombres

Proposer des activités ludiques :

- de **comparaison**
- portant sur la mémoire des **quantités**
- d'**anticipation**
- de **partage**
- de **décomposition/recomposition** et **échange**

Des nombres pour comparer:



Les boîtes empilées

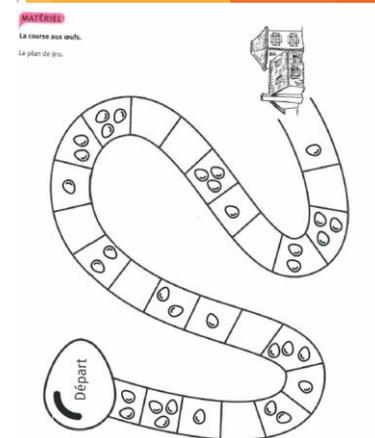
- Prendre le contenu de la boîte s'il y a **plus de points sur le dé que d'objets** dans la boîte
- Comparer les gains en fin de partie



Des nombres pour anticiper

La course aux oeufs

Les élèves doivent pouvoir verbaliser qu'après un ajout, ils auront plus d'œufs dans leur boîte et inversement lors d'un retrait.

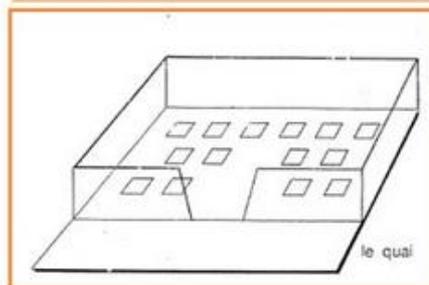


Des nombres comme mémoire de quantité

« Les voyageurs » ERMEL GS

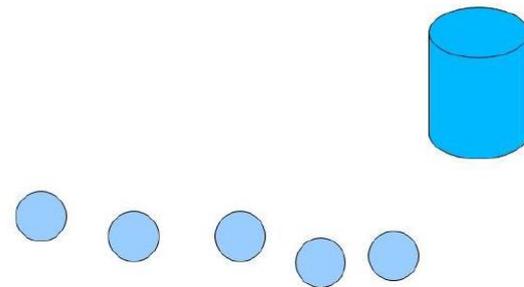
- Il faut aller chercher juste assez de voyageurs (les bouchons) pour remplir toutes les places de la voiture

- Des boîtes pour figurer des voitures, avec un quai
- Des places dessinées
- Des bouchons placés plus loin



Le gobelet

L'enseignant dit : « combien voyez-vous de jetons ? »



Manipulation et langage

- Le rôle de l'enseignant
- L'apprentissage de la comptine numérique

Le rôle de l'enseignant

- Etre précis dans ses gestes et formulations
- Proposer des variables : consignes, questions différentes
- Verbaliser/expliciter les démarches

La comptine numérique

La comptine numérique (suite orale) :

- Se familiariser en PS
- À commencer en MS

Mettre en relation :

récitation

énumération

mémorisation de la quantité

Comptines pour calculer:

Trois gros rats gris et un petit,
les quatre rats sont dans mon lit.
Pouah, je n'en veux pas,
partez d'ici vilains rats gris !

Tiens tiens tiens écoutons bien
Voici les cinq musiciens.
Deux sont tombés, trois sont loin,
c'est pour ça qu'on n'entend rien.

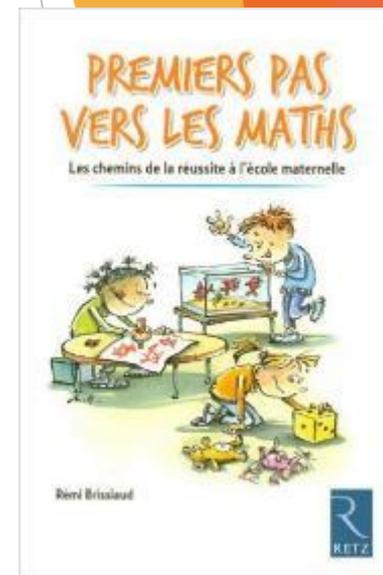
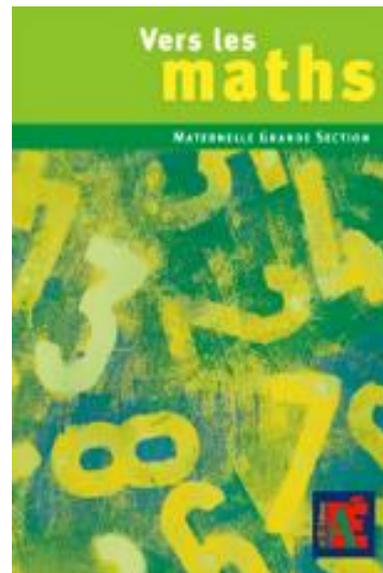
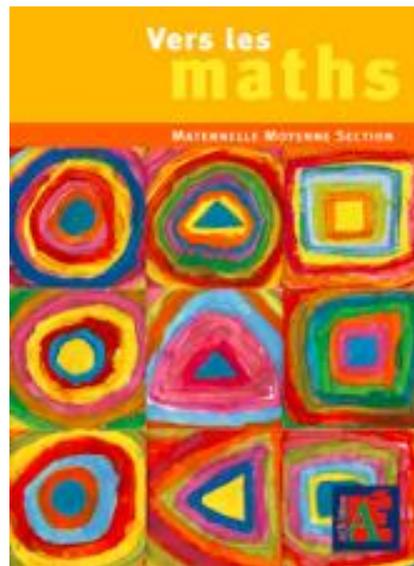
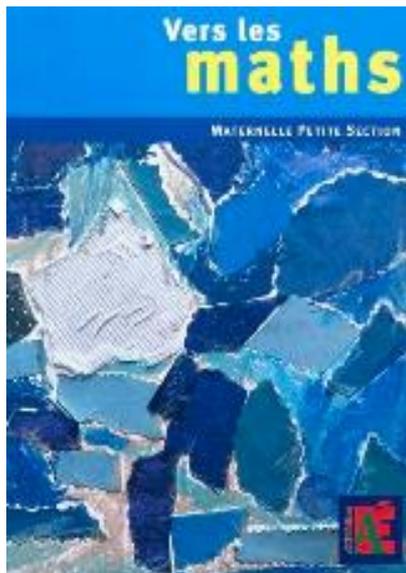
Deux chats dans les bambous
et deux chats dans les choux,
il y a quatre chats chez nous.

Deux gros escargots portent sur leur dos
quatre rigolos petits escargots.
Les six escargots ont pris un vélo
car ils ont envie d'aller à Paris.



Conclusion

- Les conditions de réussite :
 - Connaître les difficultés des élèves, les comprendre
 - Penser la progressivité des apprentissages
 - Les gestes professionnels : la manipulation, le langage



« Ce qui compte ne peut pas toujours être compté, et ce qui peut-être compté ne compte pas forcément. »

Albert Einstein