

M@gistère

« proportionnalité »



Circonscription de Brive Rural

2017-2018

QUELQUES REMARQUES ...

1. Les questions de proportionnalité ne sont pas l'apanage du cycle 3.
2. La compréhension des situations de proportionnalité est étroitement liée aux relations que les élèves construisent entre les nombres.
3. Importance de la contextualisation dans les activités « découverte »

L'étude de situation de proportionnalité ne commence pas en cycle 3 :

Dès le cycle 2, les élèves peuvent être confrontés à des situations de proportionnalité :

Exemple :

Une perle mesure 2 cm, combien mesure un collier avec 9 perles mises bout à bout ?

Proportionnalité et nombres ...

La compréhension des situations de proportionnalité est souvent liée aux relations que les élèves font entre les nombres :

Exemple :

- Dans une recette de cuisine pour 4 personnes il faut 18 g de sucre. Combien faut-il prévoir de sucre si je fais cette même recette pour 8 personnes ? **Aucun souci...**
- Maintenant même énoncé, même question mais pour 6 personnes...
Panique...



=> 20 g à la place de 27 g de sucre est une réponse fréquente...

La relation « $4 : 2 \times 3 = 6$ » ou « $4 \times 1,5 = 6$ » n'est pas disponible et les élèves se réfugient dans une relation « maîtrisée » :

$4 + 2 = 6$ donc $18 + 2 = 20$...

Proportionnalité et nombres ...

Il est donc très important de proposer des exercices de calcul mental du style : **6 => (pour aller à) 14** avec le nombre minimum de multiplications ou de divisions ...

« $6 : 3 \times 7 = 14$ »

D'autres exemples :

4 => 10

8 => 12

9 => 15

Ce genre d'exercice permet d'acquérir une souplesse mentale qui permet d'utiliser notamment les propriétés de linéarité que l'on convoque au CM1.

Contextualiser

Importance de contextualiser pour mettre du sens sur la notion de proportionnalité notamment dans les activités « découverte » :

Recette du sirop :

6 cl de sirop 40 cl d'eau => 15 cl de sirop combien de cl d'eau (CM1)

7 cl de sirop 50 cl d'eau => 17 cl de sirop combien de cl d'eau (CM2 - 6ème)

(calcul approché du coefficient de proportionnalité)

Faire l'expérience devant les enfants et tester les solutions qui sont proposées :

Les résultats sont vérifiables à l'œil et au goût !!!



Progression ultra simplifiée à garder présente à l'esprit !!!

CM1 : situations de proportionnalité simples où les fonctions de linéarité sont privilégiées.

CM2 : situations de proportionnalité plus complexes avec la découverte du retour à l'unité.

6^{ème} : situations de proportionnalité diversifiées avec la découverte du coefficient de proportionnalité.

Un peu de clarté dans le lexique :

Rapport interne : propriété de linéarité multiplicative.

Exemple : j'ai une recette pour 4 personnes et je cherche les proportions pour 12 personnes.

Rapport interne : x3

Rapport externe : coefficient de proportionnalité.

Exemple : pour une recette pour 4 personnes, j'ai besoin de 8 pommes de terre, combien de pommes de terre si je fais la recette pour 7 personnes.

Rapport externe : x2

Les difficultés dans les situations de proportionnalité

1. Difficultés engendrées par les rapports
2. Difficultés engendrées par les opérations
3. Autres difficultés

Les difficultés engendrées par les rapports mis en jeux...

Difficulté
croissante

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 8 bonbons?

*rapport interne simple
rapport externe simple*

Sachant que 4 bonbons valent 2,42 euros, combien valent 8 bonbons?

→ Utilisation des propriétés de linéarité

*rapport interne simple
rapport externe complexe*

Sachant que 4 bonbons valent 2 euros, combien valent 14 bonbons?

→ Utilisation du coefficient de proportionnalité

*rapport interne complexe
rapport externe simple*

Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros, combien valent 14 bonbons?



Analyse statistique...

(Travaux d'Arnaud Simard, maître de conférence au laboratoire de mathématiques de Besançon)

Les problèmes 1 et 2 ne posent pas de difficultés majeures et sont bien réussis par une très grande majorité d'élèves en cycle 3.

Les problèmes 4 et 5 posent davantage de difficultés.

Ils sont réussis par, selon le contexte,

- Entre 20 et 30 % des élèves de 6^{ème}
- Entre 50 et 60 % des élèves de 3^{ème}
- **90 % des étudiants en fin de master MEEF**



Une autre difficulté très présente les opérations convoquées...

1 kg de figes coûte 7 €, combien coûtent 5 kg de figes ...

Multiplication RAS.

5Kg de figes coûtent 35€, combien coûte 1 kg de figes ...
recherche d'une part (division partition)... **Plus dur, mais ça va encore...**

1 kg de fige coûte 7 €, combien de kg pour 35 € ? ...

Recherche du nombre de parts (division quotient)... **Alors là c'est la Bérézina !!!**



Autres difficultés ... Pêle-mêle...

1. Les nombres :

Entiers Décimaux Rationnels Irrationnels.



Difficulté croissante

2. Les grandeurs utilisées et les conversions nécessaires à la résolution.

3. Les notions particulières (vitesses, échelles, pourcentages, agrandissements-réductions ...).

4. Le contexte.

Analyse de productions d'élèves :

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? *oué*

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

Procédure experte ou non ?

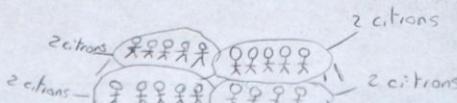
Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? *oui*

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ? Il faut 8 citrons pour 20 personnes.

j'ai fait 4 tables de 5 personnes et j'ai ajouter 2 citrons à une table. Puis j'ai additionner le nombre de citrons.



Propriété additive de la linéarité

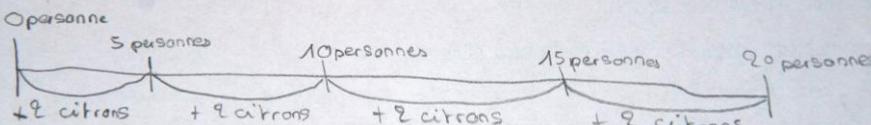
Procédure experte ou non ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? *oui*

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?



$2 + 2 + 2 + 2 = 8$ citrons.

Il faut 8 citrons pour 20 personnes

Propriété additive de la linéarité

Procédure experte ou non ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? *oui*

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ \frac{4}{8} \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 5 \\ \frac{4}{20} \end{array}$$

2 citrons pour 5 personnes
 4 citrons pour 10 personnes
 6 citrons pour 15 personnes
 8 citrons pour 20 personnes

il faut 8 citrons pour 20 personnes

Procédure mixte :
Propriété additive / multiplicative de la linéarité

Procédure experte ou non ?

Problème 3 :

Dans la recette du poulet au citron il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

Peut-on trouver la réponse ? *oui*

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

nombre citrons	2	8
nombre personnes	5	20

$\xrightarrow{\times 4}$
 $\xrightarrow{\times 4}$

Il faudra 8 citrons pour 20 personnes

Propriété multiplicative de la linéarité

Importance de l'ORAL

Attention : Il peut être impossible pour l'enseignant de reconnaître la stratégie utilisée par l'élève si la procédure est uniquement numérique. **Le passage à l'oral pour expliciter une procédure est important.** Il s'agit de mettre des mots sur les actes et d'expliquer les données numériques manipulées avec les unités.

Doc. eduscol

Place à l'atelier d'analyse !!!