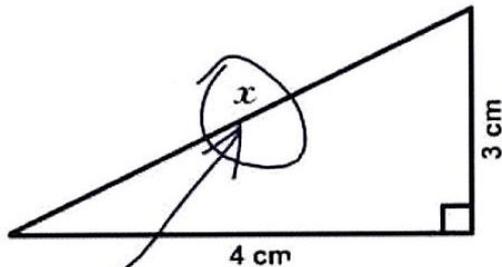


Trouver X.



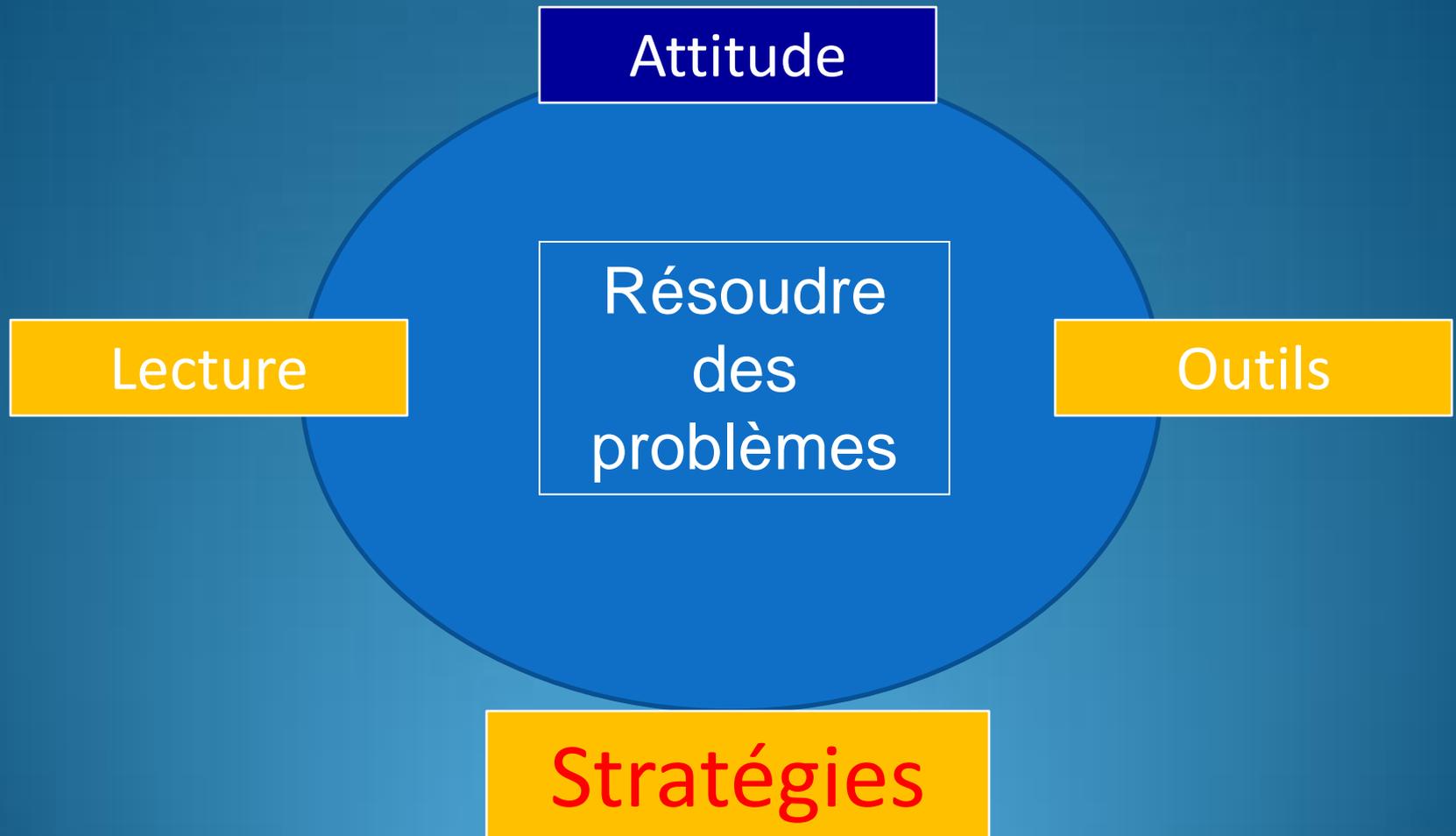
Il est là

Résolution de problèmes mathématiques à l'école

Éléments de différenciation...

Gérard NEUVILLE – CPC USSEL

Champs d'actions pour faire progresser les élèves...



Définition d'un problème mathématique

Un problème mathématique est constitué **d'un ensemble d'informations**....



La présentation de ces informations peut être variée : texte, tableau, schéma, dessin, graphique...

...faisant l'objet d'un **questionnement** ou d'une **consigne**



Ce questionnement est souvent explicite mais peut être à la charge de celui qui résout le problème

... ce qui nécessite une **recherche** ou un **traitement**...



Il faut construire un chemin, un raisonnement pour arriver à une solution.

...qui impliquent l'utilisation **de notions** et **d'outils mathématiques**



La spécificité mathématique d'un problème apparaît à travers les notions et les outils qui interviennent dans sa résolution.

Les caractéristiques d'un énoncé écrit de problème

Un énoncé écrit
de problème

C'est un texte injonctif :
Une demande d'action
et/ou de réponse (s) formulée(s)

Une consigne (question
ou ordre) est
explicitement ou
implicitement donnée

Il utilise des écrits
narratifs, informatifs,
descriptifs...

...fournis sur des supports
variés : écrits usuels,
schémas, dessins,
tableaux...

Reconnaissance automatisée des mots... qui ne nécessite donc pas un effort d'attention...

Celle-ci est consacrée à l'intégration des informations

$$\text{Lire} = R \times C^3$$

Compréhension de la langue orale

Connaissance du monde

Connexions

La compréhension d'un problème mathématique

Compréhension du problème



A partir des caractéristiques du texte :

- Le vocabulaire : mots inhabituels...
- Les formes syntaxiques et lexicales (inversion du sujet, forme passive, conditionnel...)
- Les structures grammaticales complexes (sachant que...)
- La progression de l'information, les connecteurs logiques et temporels (en, y, donc, parce que...)
- La forme généralement condensé de l'énoncé.

A partir des connaissances du lecteur :

- Quant à la nature des informations (lexique, inférences...)
- Quant au type de texte et aux règles d'écriture qui le régissent
- Quant à la représentation sémantique globale : l'élève a-t-il toute l'histoire dans sa tête ?

Construction

Mobilisation d'un modèle mathématique
Mobilisation des outils mathématiques

Pour donner à chacun ce dont il a besoin et notamment les élèves ayant des difficultés, une réponse...

La différenciation

- **Adapter l'énoncé :**
- Taille de police, taille des interlignes;
- Place de la question ;
- Univers de référence (la même situation que les autres peut être traitée avec un matériel connu);
- Nombre de questions et façon de les recevoir (une à une ou en bloc).

...alors que les autres élèves reçoivent un énoncé « traditionnel », qui peut être plus complexe....

Pour donner à chacun ce dont il a besoin et notamment les élèves ayant des difficultés, une réponse...

La différenciation

- **Adapter la phase d'appropriation de l'énoncé :**
- Demander plusieurs lectures à voix haute;
- Lecture par l'enseignant;
- Questionnement : qui, où, quoi, comment ?
- Aides à la compréhension de l'univers de référence;
- Reformulations orales de la situation ;
- Reformulations orales de la question.

...alors que les autres élèves s'approprient l'énoncé de manière autonome.

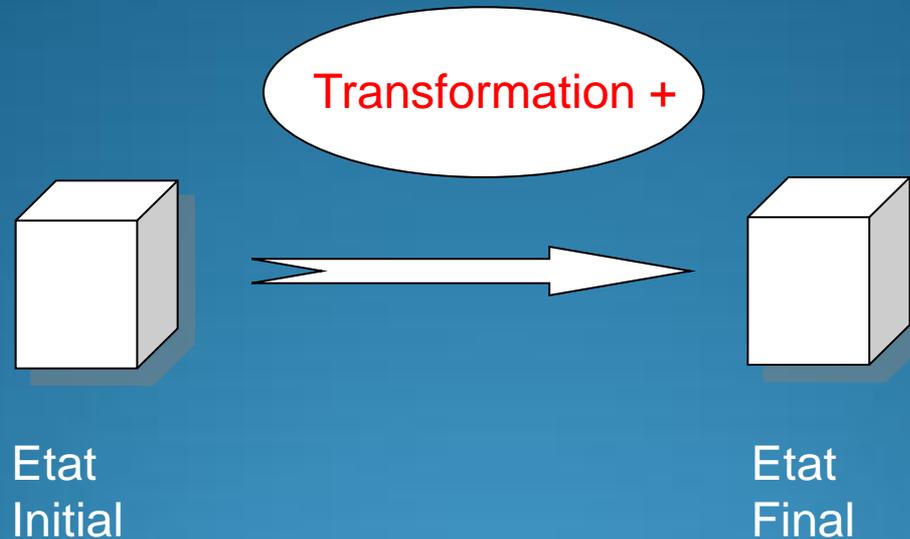
Pour donner à chacun ce dont il a besoin et notamment les élèves ayant des difficultés, une réponse...

La différenciation

- **Etayer le raisonnement:**
- Proposer du matériel, guider son utilisation;
- Susciter une représentation graphique, guider ;
- Aider à repérer la catégorie du problème parmi les catégories de référence de la classe ;
- Rappeler les outils mathématiques disponibles;
- Encourager, signaler les réussites, prendre du champ pour observer...
- Guider la rédaction – « écrire pour » si nécessaire.

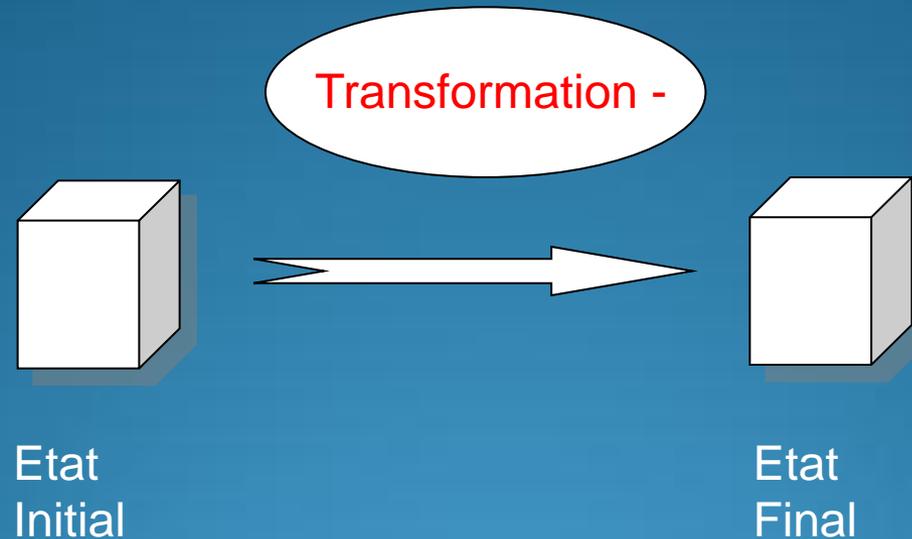
Catégorisation des problèmes additifs (1):

Transformation positive



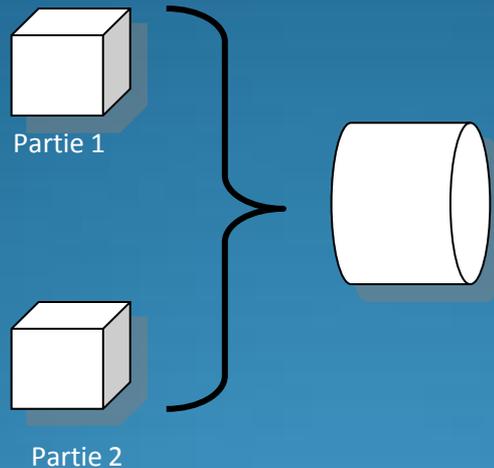
Situation dans laquelle on cherche l'état initial, ou l'état final ou la transformation

Catégorisation des problèmes additifs (2): Transformation négative



Situation dans laquelle on cherche l'état initial, ou l'état final ou la transformation.

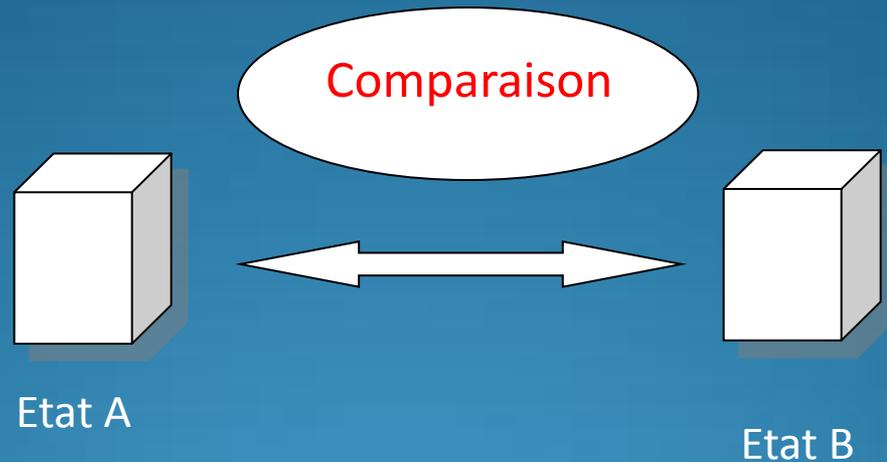
Catégorisation des problèmes additifs (3): Parties d'un tout



Situation dans laquelle on cherche une partie, ou l'autre, ou le tout.

Catégorisation des problèmes additifs (4):

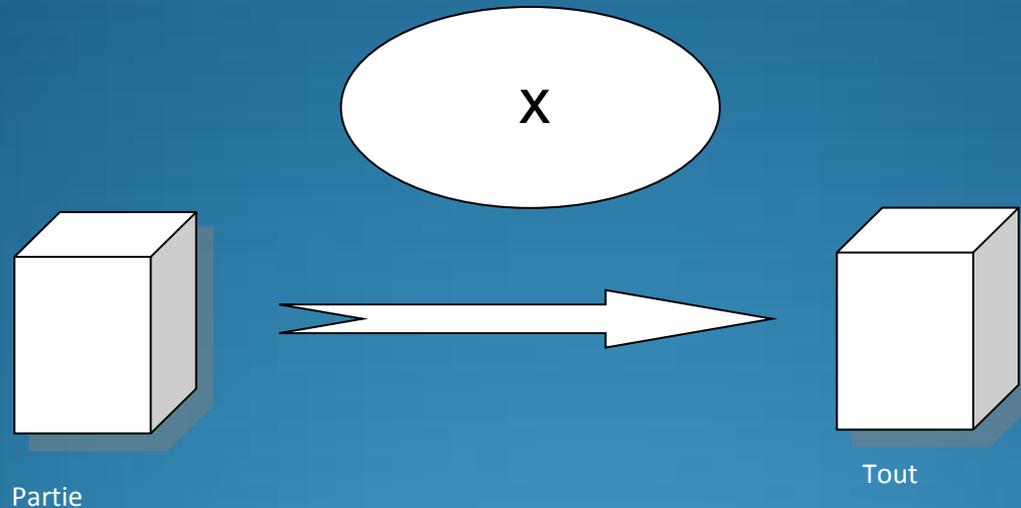
Comparaison



Situation dans laquelle on cherche un état, , ou l'autre, ou l'écart.

Catégorisation des problèmes multiplicatifs (1) :

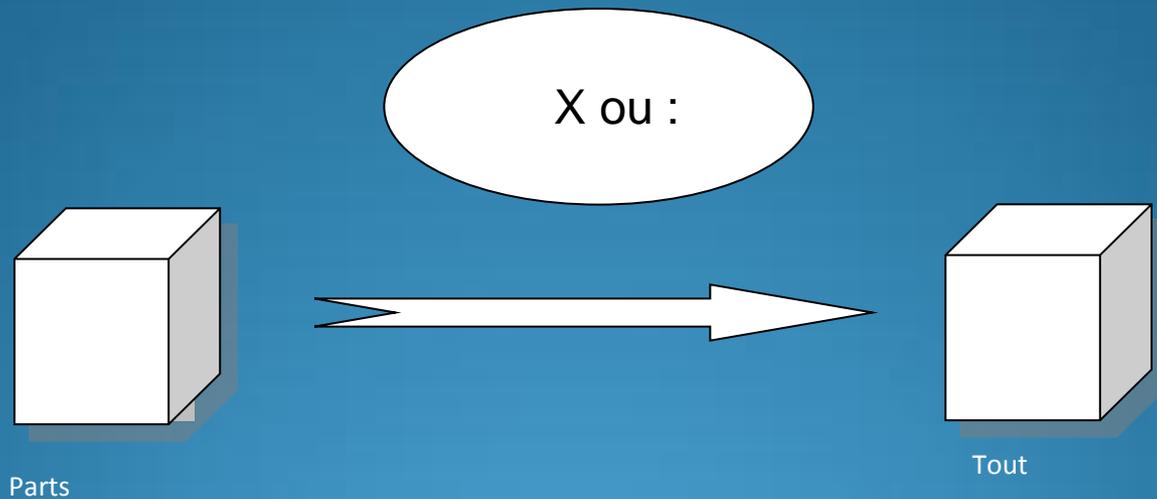
Recherche d'un tout



- J'ai 4 paquets de 6 yaourts.....
- Dudulle a 3 fois plus de billes que....
- Je possède 3 vestes et 4 pantalons (produit cartésien)...
- La longueur de mon terrain est de 15 m, la largeur 9,50m... (configuration rectangulaire)

Catégorisation des problèmes multiplicatifs (2) :

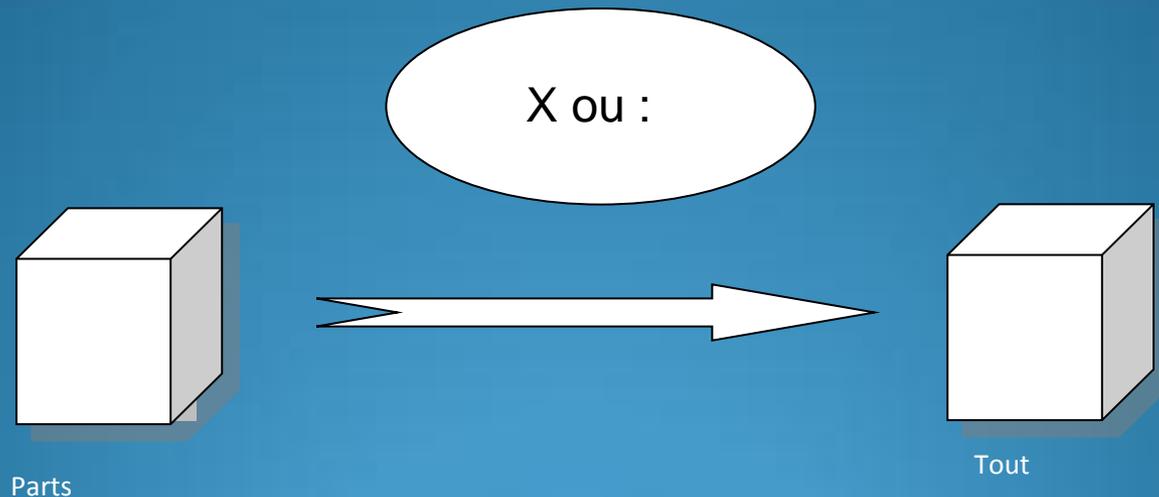
Division partition – recherche d'une part



Catégorisation des problèmes multiplicatifs (3) :

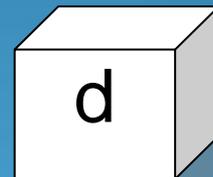
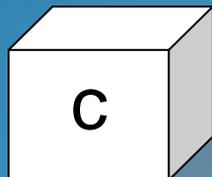
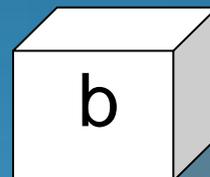
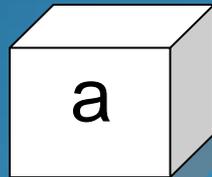
Division quotiention :

Recherche du nombre de parts



Catégorisation des problèmes multiplicatifs (4) :

La proportionnalité



La proportionnalité :

Quelques rappels...

Echelles de températures

Celsius	Fahrenheit
15	59
20	68
25	77
30	86
35	95

$$15/29=1.93$$

$$68/20=3.4$$

Le rapport n'est pas constant.

Pas de proportionnalité.

Remplissage de baignoire

Temps	Volume
2	4.6
10	23
20	46
45	1103.5
70	161

$$23/10=2.3$$

$$161/70=2.3$$

Le rapport est constant.

Proportionnalité.

Ce rapport est le coefficient de proportionnalité.

La proportionnalité :

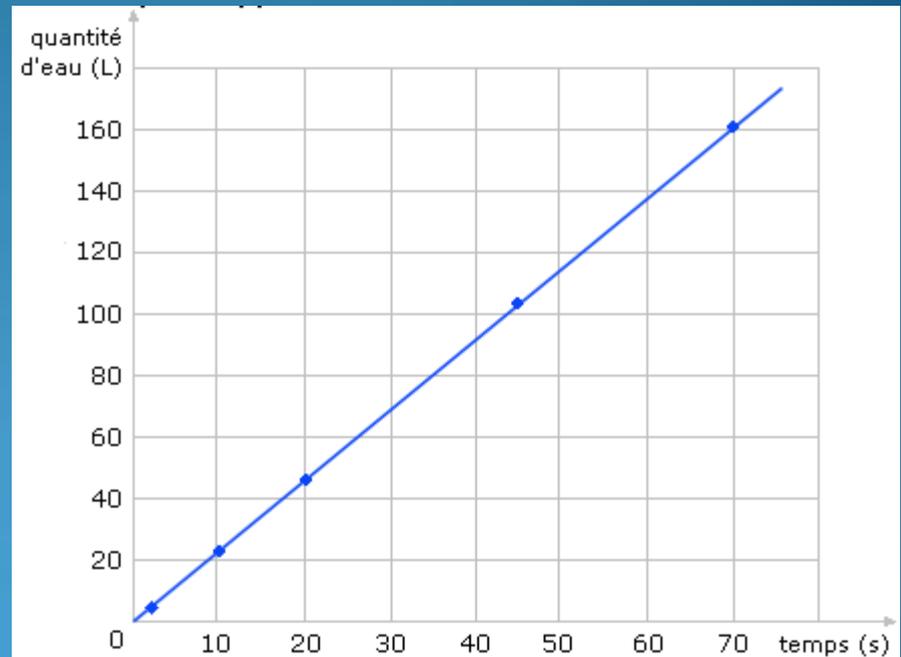
Définitions

Théorie des proportions :

Deux suites de nombres qui se correspondent un à un sont proportionnelles lorsque les rapports de deux nombres correspondants sont égaux.

Modèle linéaire :

Une fonction f est dite linéaire lorsqu'elle est du type $f(x)=ax$ ou a désigne un nombre réel donné, lié à f , et ax le produit a par x .



La proportionnalité :

Propriétés

x	F(x)
a	b
c	d
e	f
g	h
i	j

$$a/b = c/d = (a+c)/(c+d)$$

$$a/b = (a \times n) / (b \times n)$$

œufs	crêpes
4	20
8	40
2	10
14	?
32	?

Pour 14 œufs...

$$4+8=14 ; 20+40=60$$

Le coefficient est toujours 5.

Pour 32 œufs...

$$(20 \times 8) / (4 \times 8) = 5$$

$$20 \times 8 = 160$$

Procédures pour résoudre un problème de proportionnalité

Un automobiliste a mis 2h 18 pour parcourir 260 km. Il a parcouru 60 km de route nationale où il a roulé à 78 km/h de moyenne. Il a fait le reste du parcours par l'autoroute.

1-Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet ?

2-Combien de temps a-t-il roulé sur la nationale ?

•Tableau de proportionnalité :

- Utilisation du coefficient de proportionnalité;
- Utilisation de la propriété $a / b = n \times a / n \times b$
- Recherche de l'unité $a / b = 1 / ?$

•Règle de 3 :

- S'il parcourt 260 km en 188 mn, en 1 minute il parcourt 188 fois moins et en 60 mn, 60 fois plus

Progressivité des apprentissages

Travail sur les procédures et le raisonnement dans le cas des situations de proportionnalité.

Travail sur les propriétés additives et/ou multiplicatives dès le début du cycle 3

3 bandes de même longueur ,de papier bleu, mises bout à bout ont la même longueur que 2 bandes de même longueur de papier rouge mises bout à bout.

Combien de bandes rouges vont être nécessaires pour réaliser la même longueur que 6 bandes bleues ? 15 bandes bleues ? 42 bandes bleues ?....

Progressivité des apprentissages

Travail sur les procédures et le raisonnement dans le cas des situations de proportionnalité.

Travail sur le retour à l'unité dès le CM1

Chez Marcel, on vend des stylos, 4 pour 2 euros.

Dans un autre magasin, chez Marguerite, on vend les mêmes stylos 2,50 euros les 6.

Dans quel magasin trouve-t-on les stylos les moins chers ?

Progressivité des apprentissages

Reconnaissance des situations de proportionnalité

Dès le cycle 2, il faut proposer aux élèves des situations de proportionnalité :

- Jeux d'échanges (jeu du banquier) ;
- Construction de « tours » (nombre de cubes/longueur) ;
- Agrandissement ou réduction de figures ;
- Evolution des quantités dans une recette...

Il s'agira alors de problèmes ouverts.

Progressivité des apprentissages

Appropriation des procédures expertes : le tableau de proportionnalité et la règle de trois.

Les programmes 2008 :

CM1 :

Utiliser un tableau ou la règle de trois dans des situations très simples de proportionnalité :

CM2 :

Résoudre les problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité, en utilisant des procédures variées dont la règle de trois.

6^{ème} :

Reconnaître les situations de proportionnalité et les traiter en choisissant le moyen adapté :

- le rapport de linéarité, entier ou décimal ;
- le coefficient de proportionnalité ;
- le passage par l'unité (la règle de trois).

Pour donner à chacun ce dont il a besoin et notamment les élèves ayant des difficultés, une réponse...

La différenciation

- Proposer le tableau de proportionnalité ;
- Guider le raisonnement « tu vas chercher pour 1... »;
- Proposer des problèmes avec des nombres entiers, multiples « clairs » les uns des autres ;
- Eliminer les « objectifs secondaires » (mise en forme);
- Multiplier les situations traditionnelles de proportionnalité (recette, remplissage, échanges...);
- Faire répéter individuellement la « rengaine » de la règle de 3.

La différenciation, c'est ...

Aider l'élève qui a des difficultés à résoudre la situation-problème proposée, à vaincre les obstacles quels qu'ils soient ;

Prévoir des outils d'aide que l'élève peut utiliser de manière autonome ;

Renvoyer à l'enfant une image positive de lui-même malgré les difficultés;

Adapter , avant de les proposer, les situations aux capacités de l'élève, juste « un peu au-dessus » ...

dans la **Zone Proximale de Développement** :

- Pour les élèves ayant des difficultés ;
- Pour les élèves plus performants.