

Scénario pédagogique – Découverte des propriétés des triangles semblables

Thèmes

Géométrie ; proportionnalité, tableur

Niveau

Cycle 4 (classe de 4e ou 3e)

Thème du programme

Triangles semblables – Proportionnalité des longueurs

Objectifs d'apprentissage :

Objectifs mathématiques

- Repérer des triangles semblables à partir de l'égalité des angles.
- Mettre en évidence la proportionnalité des longueurs correspondantes.
- Formuler une conjecture.

Objectifs méthodologiques et numériques

- Utiliser un logiciel de géométrie dynamique (GeoGebra) et son tableur.
- Calculer et interpréter des coefficients de proportionnalité.

Prérequis

- Connaître la définition de triangles semblables par leur égalité d'angle
- Savoir utiliser la somme des angles d'un triangle
- Savoir déterminer si un tableau est un tableau de proportionnalité ou non
- Manipulation élémentaire d'un tableur (saisie de formules simples).

Modalités d'organisation

- Travail en individuel, en binômes ou en trinômes.
- Salle équipée d'ordinateurs (ou tablettes avec connexion internet).
- Durée : 1 heure.

Supports

- Fichier GeoGebra (en pièce jointe)
- Fiche élève d'activité (en pages suivantes).

Compétences travaillées

- Raisonner, conjecturer.
- Représenter, modéliser.
- Utiliser des outils numériques.
- Communiquer un raisonnement mathématique.

Déroulé de la séance

Phase 1 – Mise en situation et observation (10 minutes) – sans ordinateur / tablette

Les élèves observent plusieurs triangles donnés sur la fiche.

Consigne : En étudiant les triangles, identifier ceux qui sont semblables au triangle ABC.

Objectifs : - Mobiliser les connaissances sur les angles. - Mobiliser la définition de triangles semblables.

Une première mise en commun permet d'identifier les triangles ayant deux à deux les mêmes angles que ABC.

Transition : « Si certains triangles ont les mêmes angles, existe-t-il un lien entre leurs longueurs ? »

Phase 2 – Exploration numérique (25 minutes)

Les élèves ouvrent le fichier GeoGebra indiqué.

Ils observent plusieurs tableaux contenant les longueurs de côtés de paires de triangles, certains étant identifiés comme semblables à ABC.

Travail guidé : - Calculer, à l'aide du tableur, les coefficients permettant de passer d'une ligne à l'autre. - Étendre la formule pour comparer les trois paires de côtés.

Questions clés : - Les coefficients sont-ils identiques dans un même tableau ? - Peut-on parler de tableau de proportionnalité ?

Rôle de l'enseignant : - Accompagner la prise en main du tableur. - Aider à l'interprétation des résultats. - Veiller à la verbalisation des observations.

Phase 3 – Structuration et généralisation (15 minutes)

Les élèves complètent l'ensemble des tableaux et identifient ceux correspondant à des situations de proportionnalité.

Mise en commun collective : - Comparaison des résultats entre groupes. - Justification des réponses.

Institutionnalisation : L'enseignant formalise la propriété :

Si deux triangles sont semblables, alors leurs côtés homologues sont proportionnels.

Phase 4 – Trace écrite et correction (10 minutes)

- Correction collective ou par l'enseignant lorsque les binômes terminent.
- Élaboration de la trace écrite de cours.

Apports de l'activité

- La démarche expérimentale favorise la compréhension conceptuelle.
- Le numérique permet de multiplier les essais.
- L'utilisation de tableau de proportionnalité amorce l'application au calcul de longueur.

Points de vigilance

- Bien accompagner la lecture des tableaux et l'interprétation des coefficients.
- Veiller à ce que l'outil numérique reste au service de l'activité.

Prolongements possibles

- Faire déplacer les points J, R, A pour faire varier les longueurs des triangles semblables et constater que les tableaux restent des tableaux de proportionnalité.
- Faire déplacer les sommets des triangles qui ne sont pas semblables à ABC pour constater que les tableaux restent des tableaux ne traduisant pas une situation de proportionnalité
- Applications directes (calcul de longueurs manquantes).

Atelier NUMÉRIQUE : Propriété des triangles semblables - ELEVE

1. En étudiant les angles des triangles ci-contre, identifier ceux qui sont semblables à ABC.

.....

.....

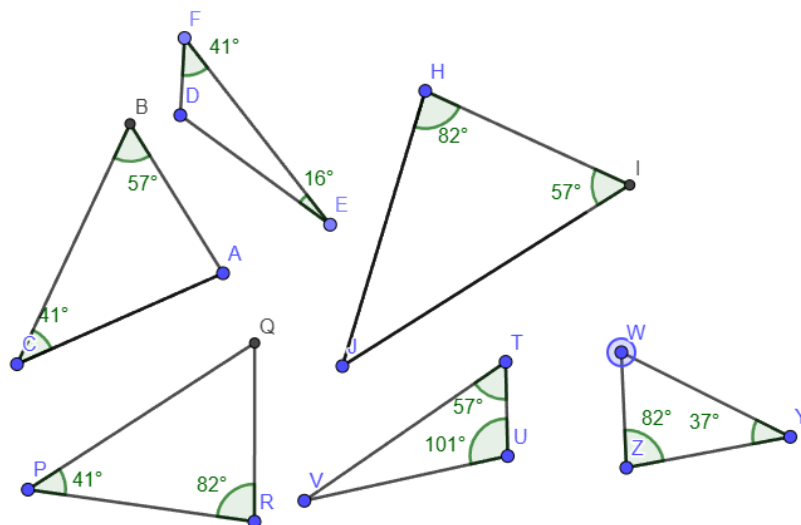
.....

.....

.....

.....

.....



On se pose la question suivante : « Y a-t-il un lien entre les longueurs de tels triangles ? ».

2. En suivant le chemin indiqué au tableau, ouvrir le fichier « Numérique - découverte triangles semblables ». Dans chaque tableau du tableur de géogébra, on a écrit les longueurs des côtés de deux triangles. En rose orangé (en gris sur la feuille) apparaissent les triangles semblables à ABC listés à la question 1.

a. En déplaçant le point A vous pouvez constater que les longueurs du triangle ABC indiquées dans les tableaux se modifient automatiquement.

b. Ne plus déplacer le point A et noter dans le tableau ci-dessous les longueurs indiquées dans votre tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	tableau 1	grand	petit	autre		tableau 2	grand	petit	autre
2	ABC					ABC			
3	DEF					HIJ			
4	ABC/DEF					ABC/HIJ			
5									
6	tableau 3	grand	petit	autre		tableau 4	grand	petit	autre
7	ABC					ABC			
8	PQR					TUV			
9	ABC/PQR					ABC/TUV			
10									
11	tableau 5	grand	petit	autre		tableau 6	grand	petit	autre
12	ABC					DEF			
13	XYZ					TUV			
14	ABC/XYZ					DEF/TUV			

→ On cherche à savoir si ces tableaux sont des tableaux de proportionnalité.

Pour cela on va calculer un coefficient permettant de passer d'une ligne à l'autre pour les trois colonnes de chaque tableau.

3.a. Dans le tableau 1, dans la cellule B4, entrer la formule suivante : `=B2/B3` et appuyer sur entrée. Quel calcul est effectué par le tableur ? Quel résultat obtient-on ? Que représente t-il ?

3.b. Cliquer une fois sur la cellule B4 et étirer le petit carré en bas à droite jusqu'en D4. Ainsi le tableur a calculé les coefficients permettant de passer de la ligne 2 à la ligne 1 pour les deux autres colonnes. Compléter le tableau de votre feuille avec les résultats.

4	ABC/DEF	1.21		
---	---------	------	--	--

3.c. Le tableau 1 est-il un tableau de proportionnalité ? Pourquoi ?

3.d. Que peut-on conclure sur les longueurs des triangles ABC et DEF ?

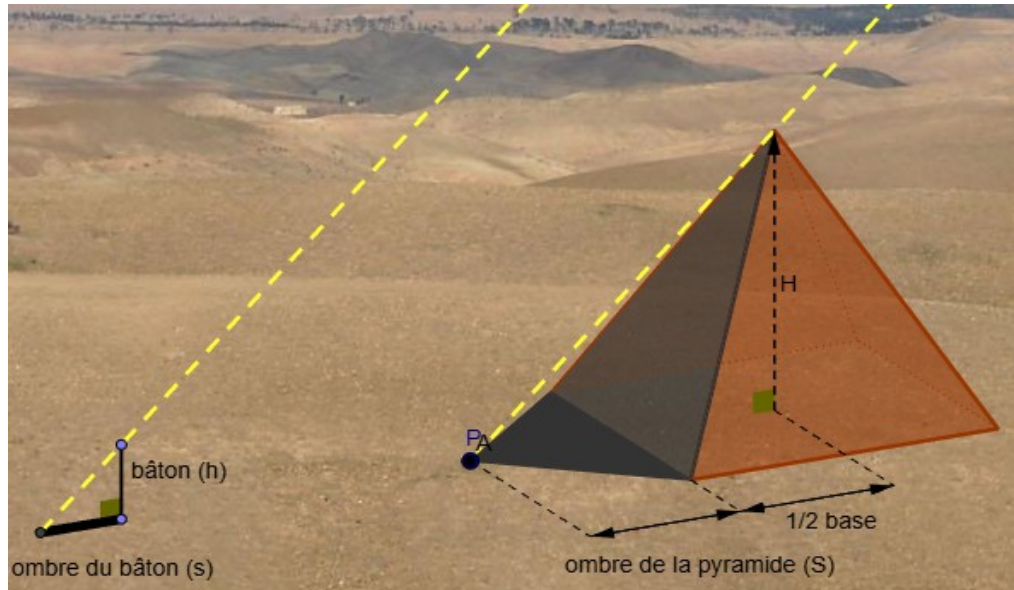
4. Pour les 5 autres tableaux faire afficher le coefficient permettant de passer de la ligne 2 à la ligne 1 pour les trois colonnes. Compléter les tableaux sur votre feuille.

5. Quels sont les tableaux qui sont des tableaux de proportionnalité ? Pourquoi ?

6. Que peut-on dire des triangles donc les longueurs sont proportionnelles ?

Conjecture établie : Quelle propriété peut-on conjecturer concernant les triangles semblables ?

Approfondissement :



Thalès de Samos mesurant la hauteur de la Pyramide de Khéops

Voici le schéma du légendaire calcul de la hauteur de la pyramide de Khéops par Thalès de Samos.

A cette heure de la journée, le soleil est tel que le bâton et son ombre sont de même mesure.

Le monument est une pyramide à base carrée de 440 coudées royales anciennes, soit environ 230,5 mètres.

Proposer une stratégie permettant, à partir de ce schéma, de déterminer la hauteur de la pyramide.

Animation : <https://www.geogebra.org/m/Qb72Gd4Y>

Appliquer votre stratégie en utilisant les données fournies. Vérifier votre résultat avec une recherche internet.

Application : ombre de la pyramide 31,33 m.